

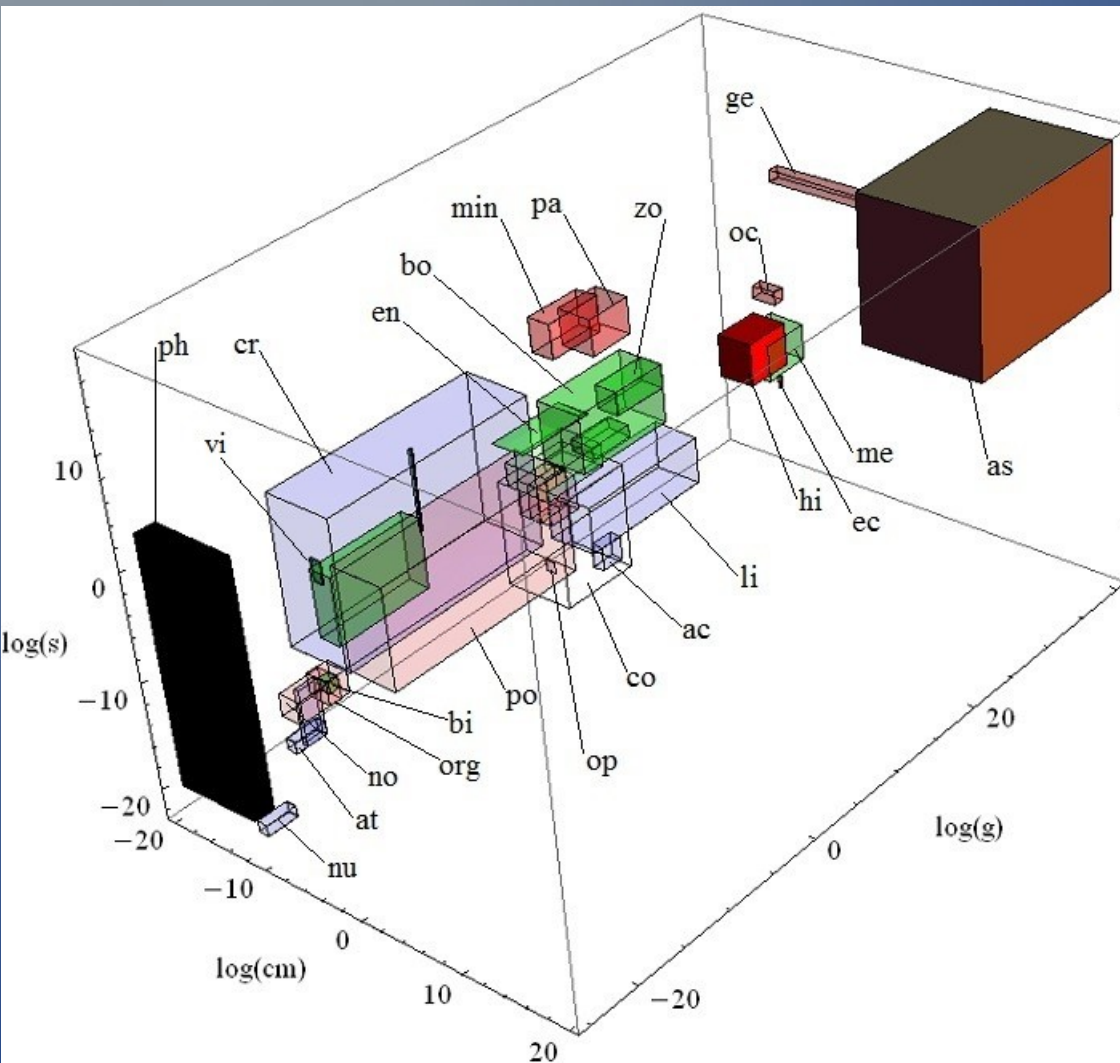
Квантовый мир

Д.ф.-м.н., профессор

Ю.И.ОЖИГОВ

<http://sqi.cs.msu.su>
<https://vql.cs.msu.ru>

Метрическое представление современных знаний

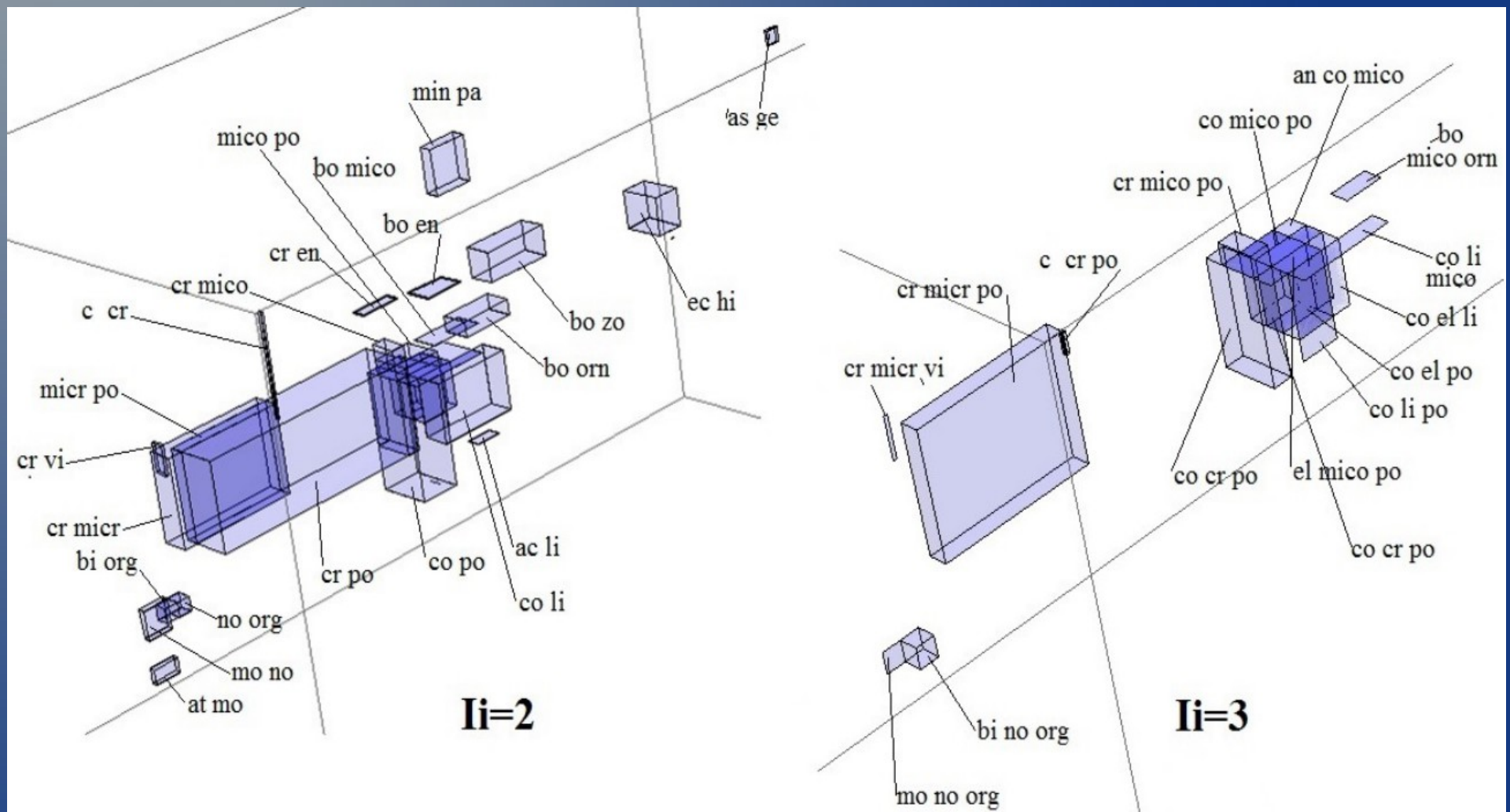


физика элементарных частиц (physics of elementary particles - "ph"): -20:-12, -25:-23, -20:3,
 ядерная физика (nuclear physics - "nu"): 13:-12,-24:-21,-22:-21,
 акустика (acoustics - "ac"): 3:4,0:-2,-2:-4,
 атомная физика (atomic physics - "at"): -8:-7,-24:-21,-12:-11,
 молекулярная и химическая физика & физическая химия (molecular and chemical physics &
 physical chemistry "mo"): -7,-23:-21,-12:-7,
 оптика (optics): -4:-3,0,-8:-7,
 астрономия и астрофизика (astronomy and astrophysics - "as"): 9:20,23:40,5:18,
 физика жидкости, газа и плазмы (physics of liquid, gas and plasma - "li"): 0:4,-3:9,-2:2,
 физика конденсированного состояния (physics of condensed matter - "co"): -4:2,-4:3,-7:2.

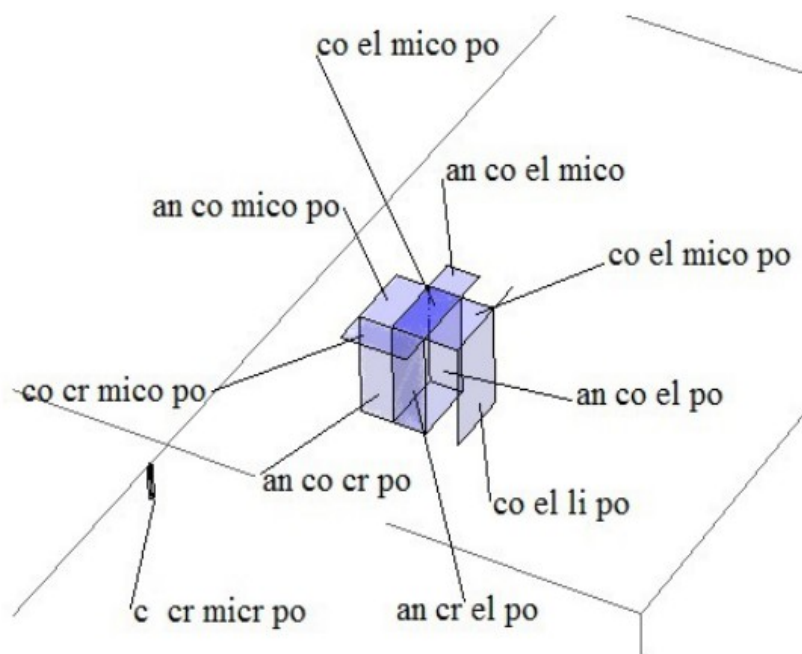
Химия: электрохимия (electrochemistry - "el"): -2:0,-3:0,-1:2,
 аналитическая химия (analytical chemistry - "an"): -3:-1,-3:0,-1:2,
 кристаллография (crystallography - "cr"): -7:-1,-23:-3,-3:10,
 неорганическая химия (non organic chemistry - "no"): -8:-6,-24:-20,-9:-7,
 органическая химия (organic chemistry - "org"): -7:-5,-22:-20,-8:-6,
 полимеры (polymers - "po"): -5:0,-20:-1,-6:3.
Биология: микология (micology - "mico"): -3:1,-4:2,2:4,
 микробиология (microbiology - "micr"): -6:-4,-21:-12,-3:3,
 ботаника (botanics - "bo"): -1:3,-2:7,4:9,
 орнитология (ornitology - "or"): 0:2,0:4,4:5,
 биохимия и молекулярная биология (biochemistry and molecular biology - "bi"): -7:-6,-21:-20,-8:-7,
 экология (ecology - "ec"): 6:9,12:16,7:10,
 цитология (cytology - "c"): -4,-12,2:9,
 вирусология (virology - "vi"): -7:-6,-20,1:3,
 зоология (zoology - "zo"): 1:3,2:7,7:9,
 лимнология (limnology - "li"): 0:4,-3:9,-2:2,
 энтомология (entomology - "en"): -2:1,-6:1,7.

Разная география:
 океанография (oceanography - "oc"): 7:9,13:14,13:14,
 палеонтология (paleontology - "pa"): 0:3,0:4,13:16,
 геология (geology - "ge"): 0:9,24:25,16:17,
 метеорология и науки об атмосфере (meteorology - "me"): 9,13,6:7,
 минералогия (mineralogy - "min"): -1:1,-2:3,13:16,
 история (history - "hi"): 6:9,10:14,7:5:11.

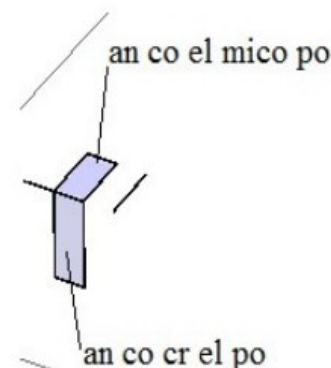
Индекс междисциплинарности 2 и 3



Индекс междисциплинарности 4 и 5



Ii=4



Ii=5

Рис. 1.2: Ранг междисциплинарности. Микология обладает наивысшим рангом, и как предмет непосредственно связана с аналитической химией, электрохимией, конденсированными состояниями, полимерами, и очень близко к кристаллографии.

**Математика – язык, на котором Природа
говорит с нами (*Р.Фейнман*)**



Alan Turing





А.А.Марков - младший

Нормальный алгоритм Маркова

Эквивалентность всех моделей

Вычислений

Конструктивная математика



Конструктивная математика

Не признаются доказательства чистого существования — только указание конкретного примера (Брауэр)

Не признается "актуальной бесконечности", только неограниченные конечные приближения (Кронекер).

Вещественное **число** x есть алгоритм, выдающий его рациональные приближения: $x_1, x_2, \dots \rightarrow x$;

(Конструктивная) **функция** f есть алгоритм, который по приближению аргумента

$x_n \rightarrow x$ выдает приближение функции $y_n \rightarrow f(x)$

(А.А.Марков — младший)

Любая конструктивная функция непрерывна (Теорема Маркова-Цейтина)

Вычисление как управление реальностью

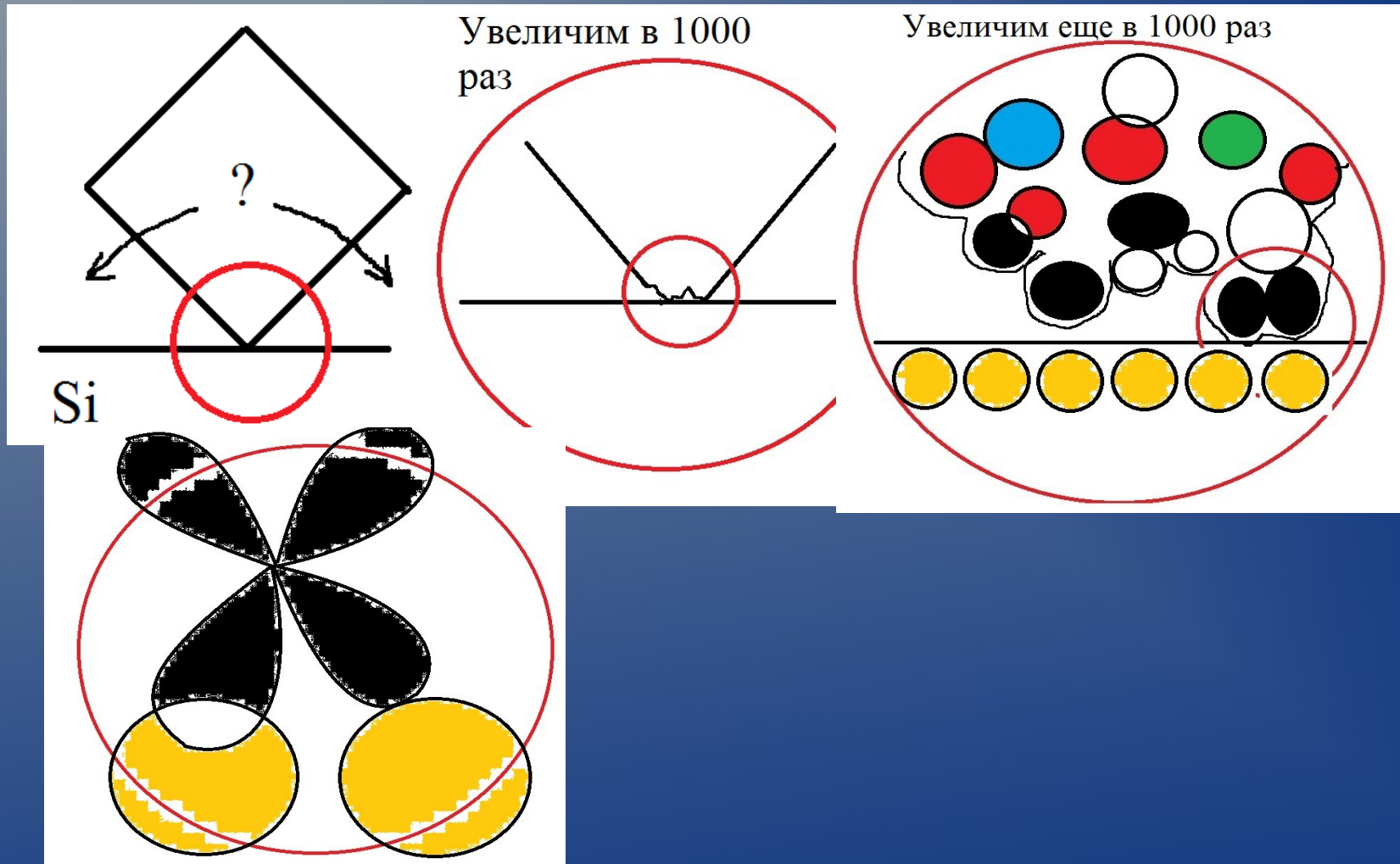
- Суперкомпьютер Ломоносов – 2: 10^{10} единиц.
- Реальность (число Авогадро): 10^{23} моль⁻¹.
- Уравнение Навье-Стокса

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \nu \Delta \vec{v} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{f},$$

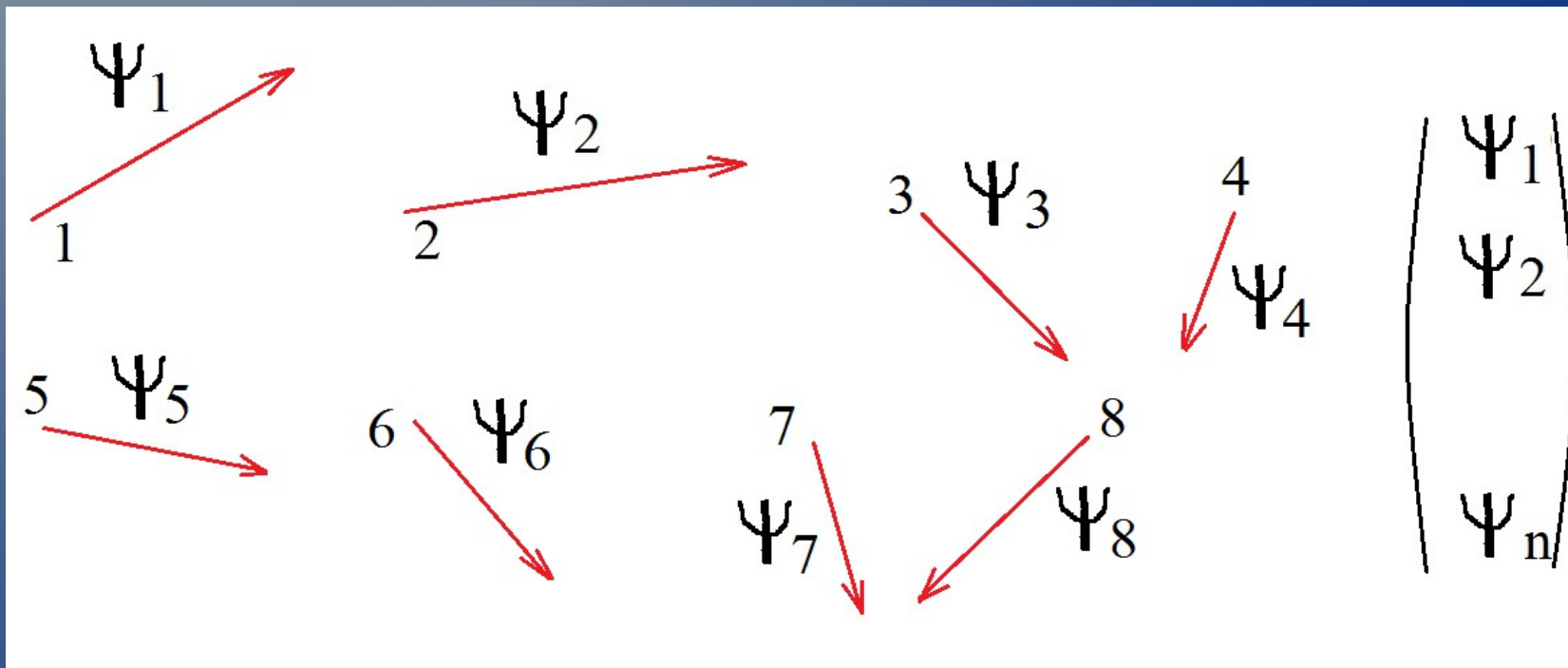
не работает в самых интересных случаях — для малых объемов и в случае турбулентности

- Для малых действий, сравнимых с постоянной Планка $\hbar \approx 10^{-27}$ эрг сек классические законы не работают.

Микроскопическая природа случайности



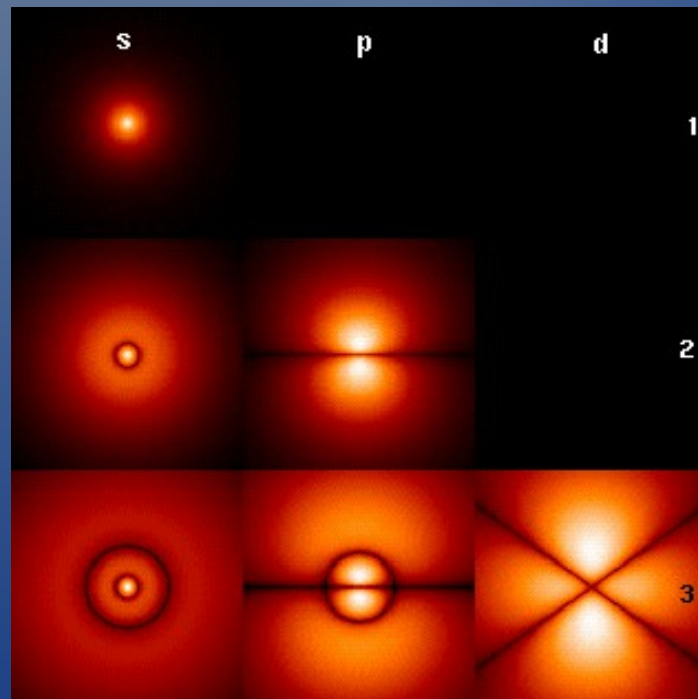
Частица есть рой ее экземпляров.
Состояние роя - столбец амплитуд



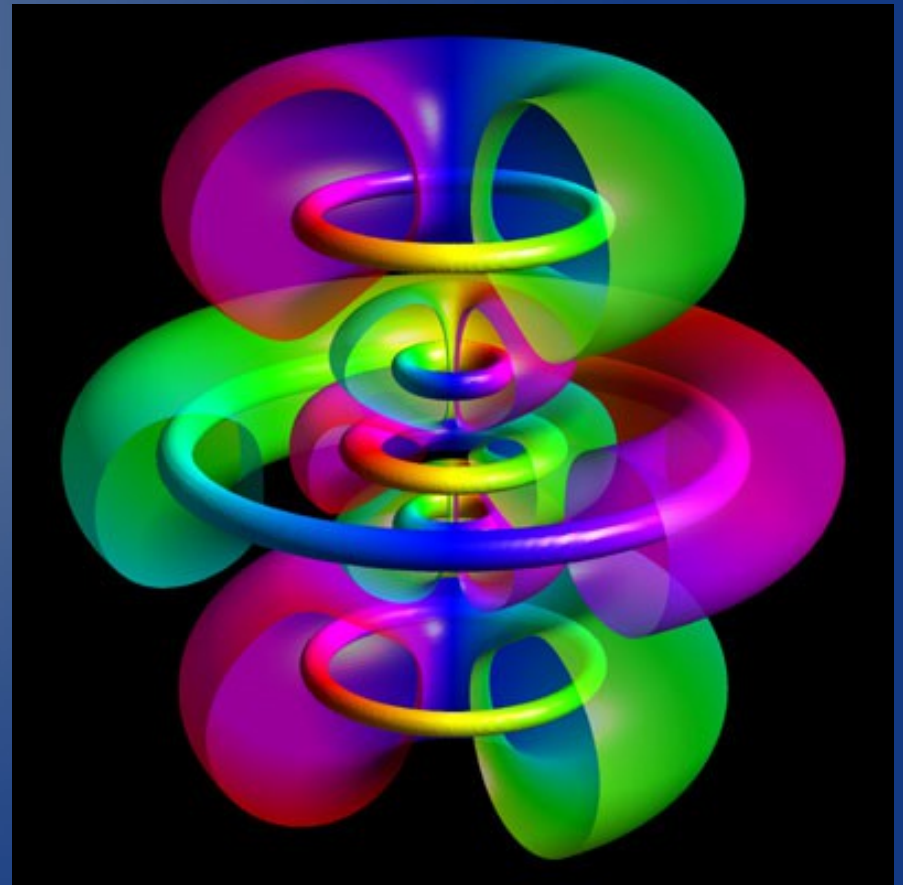
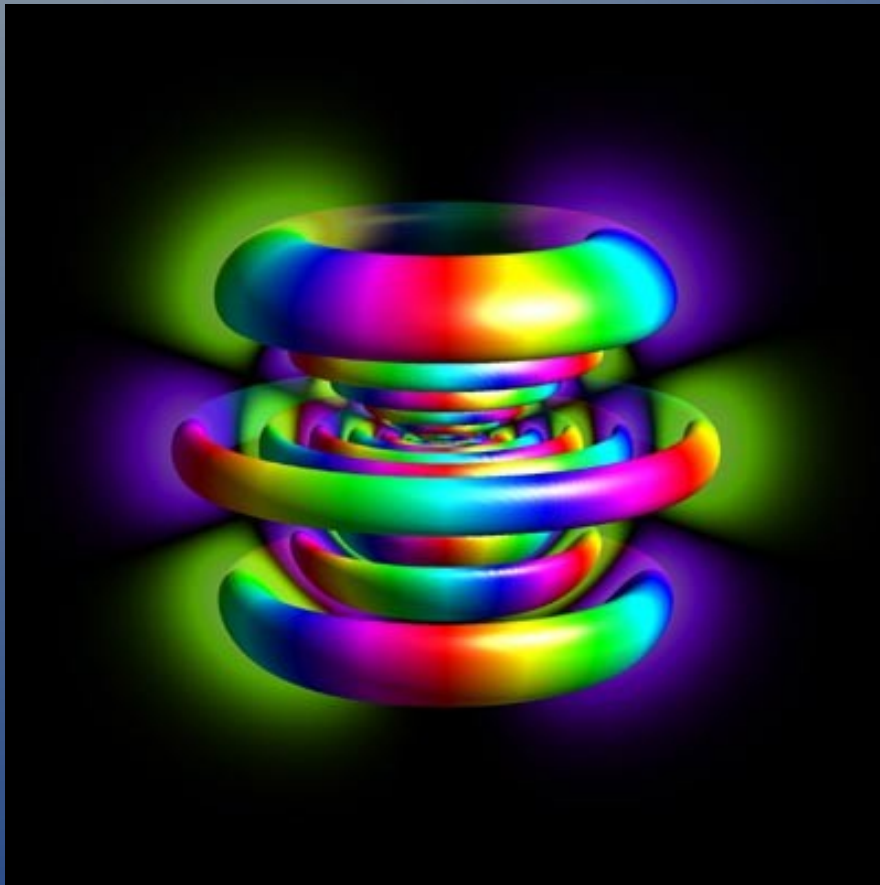
Стационарные состояния электрона в атоме водорода $V(r)=1/r$

ψ_n - стационарное состояние с энергией E_n

$$E_n \psi_n = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi_n + V(r) \psi_n$$

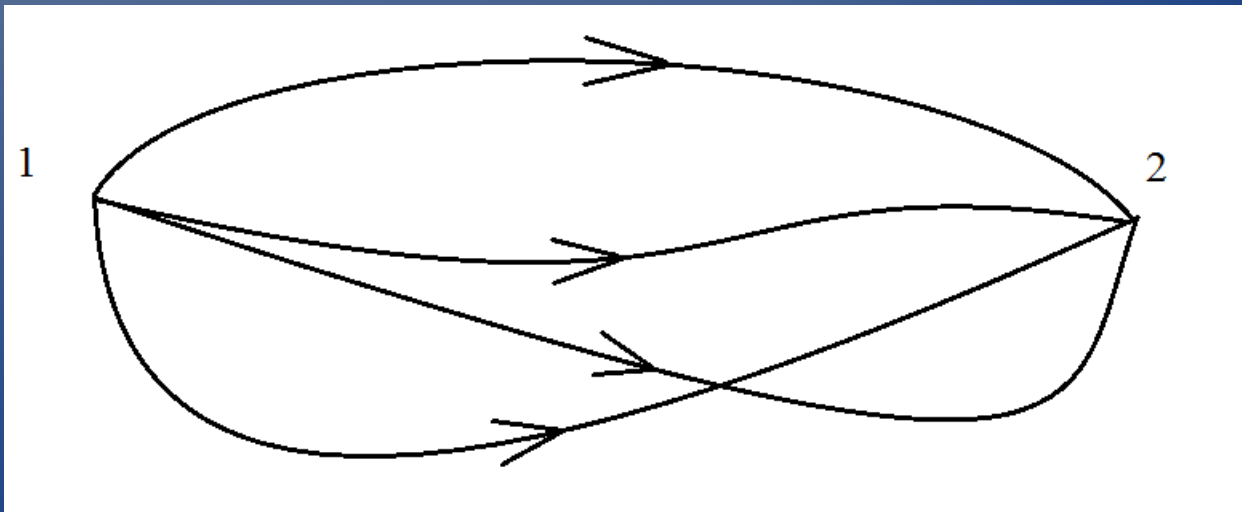


Стационарные состояния электрона в атоме водорода

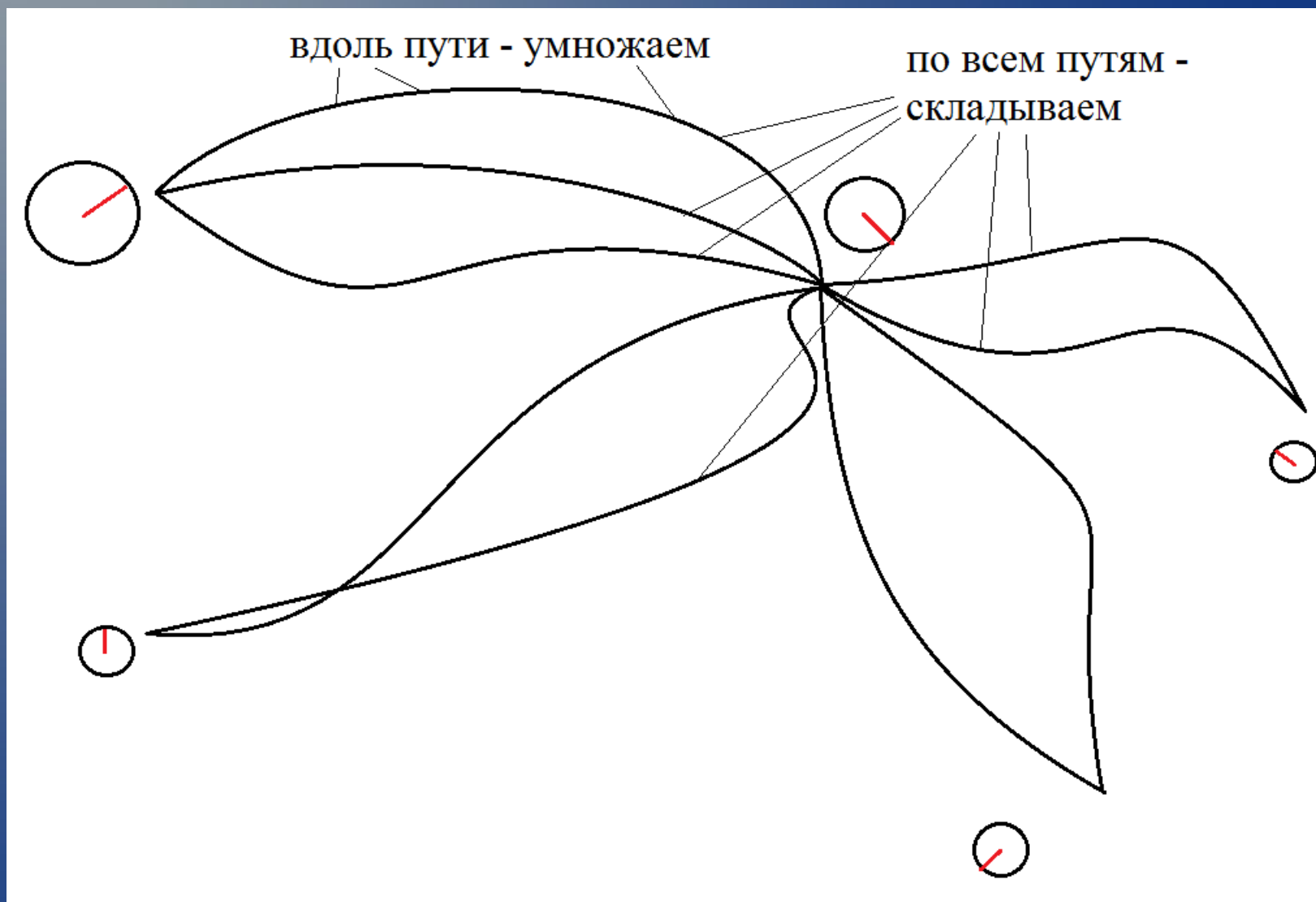


Один фотон: волна или частица?

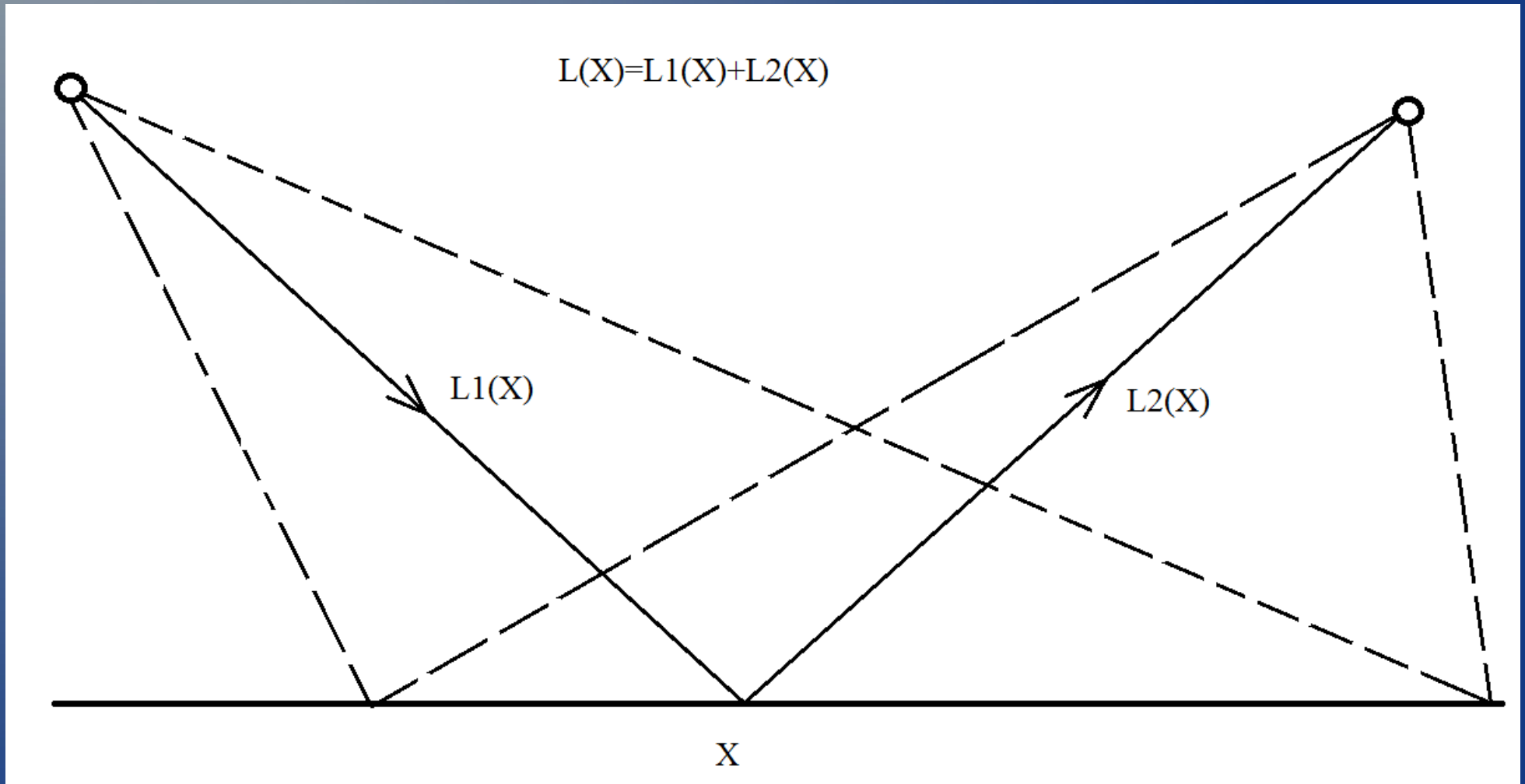
- Фотон перемещается по многим траекториям одновременно!
- Один фотон = рой воображаемых точечных частиц. Каждая из них имеет свою собственную траекторию.



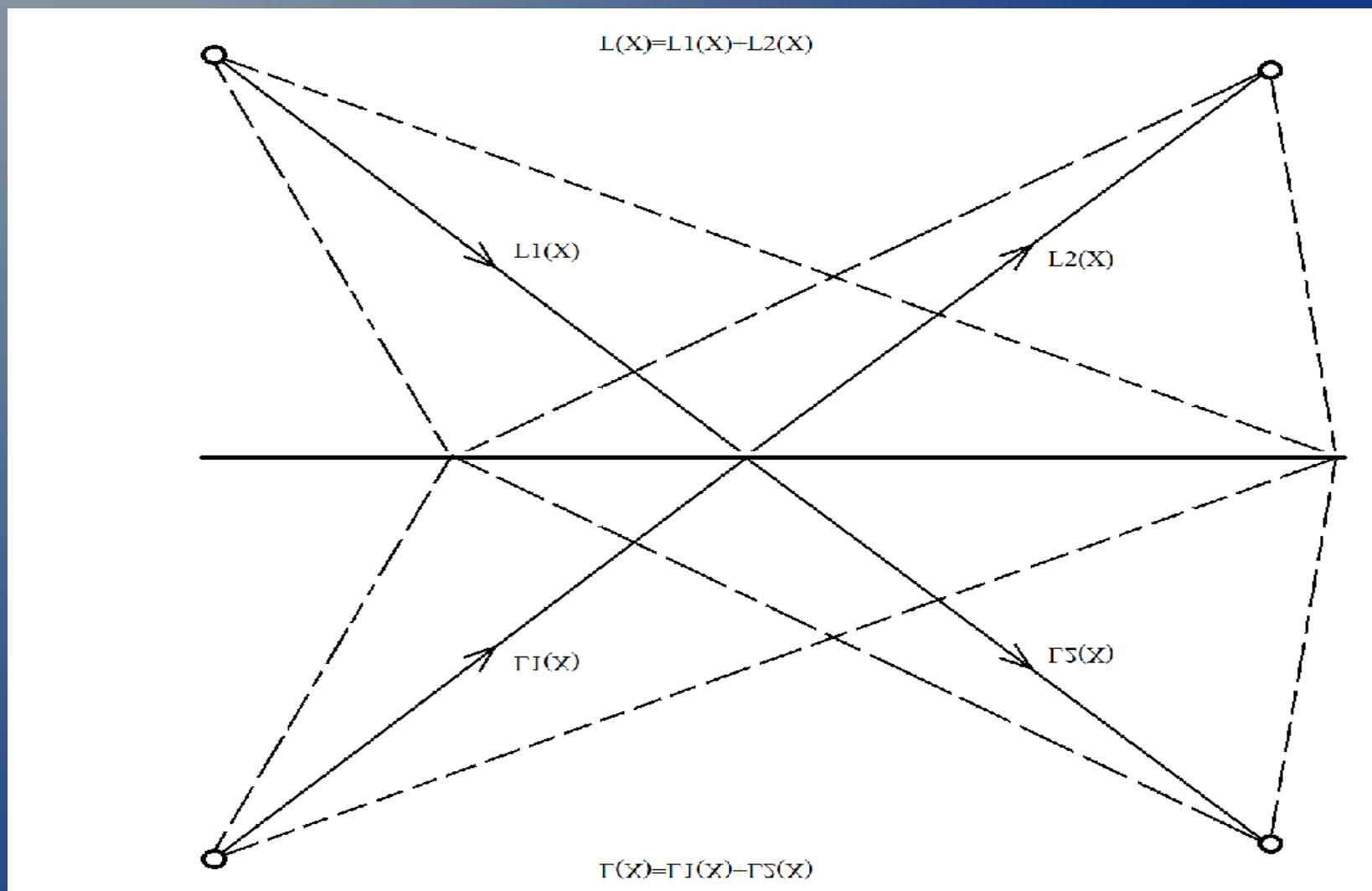
Великий закон Природы



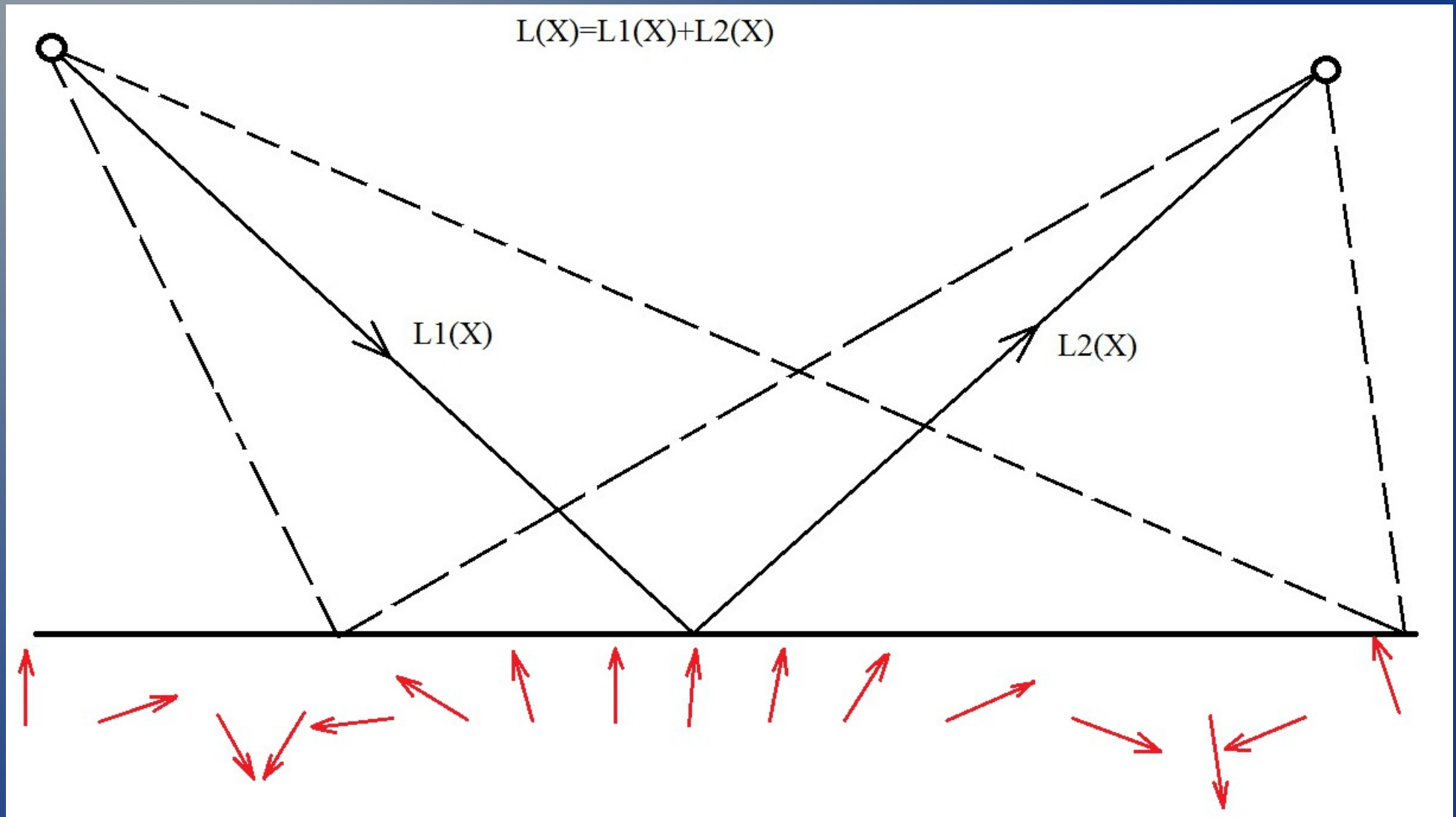
Почему угол падения равен углу отражения?



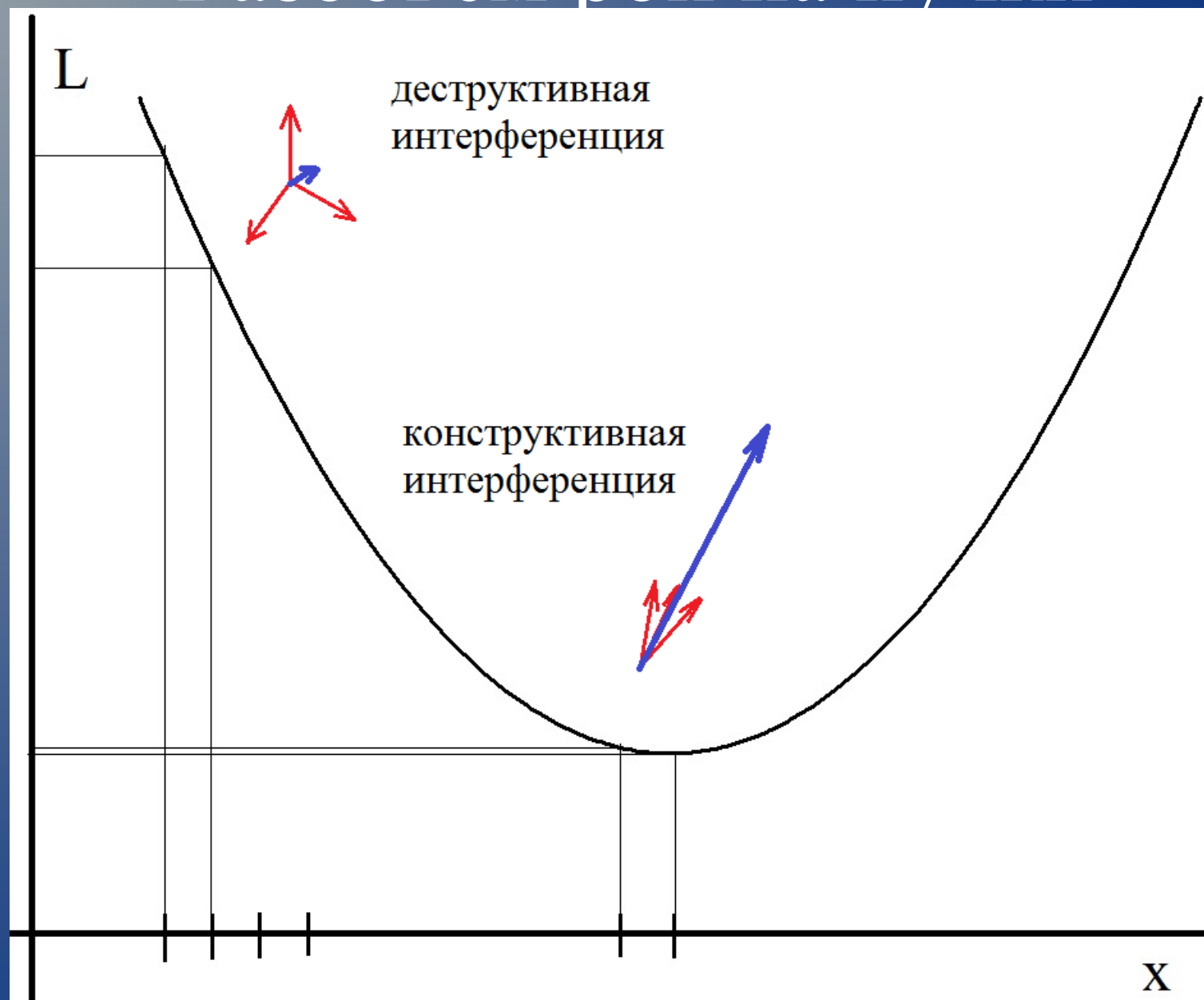
Канонический путь – кратчайший, но
как свет об этом узнает?



Как происходит отражение от разных частей зеркала?

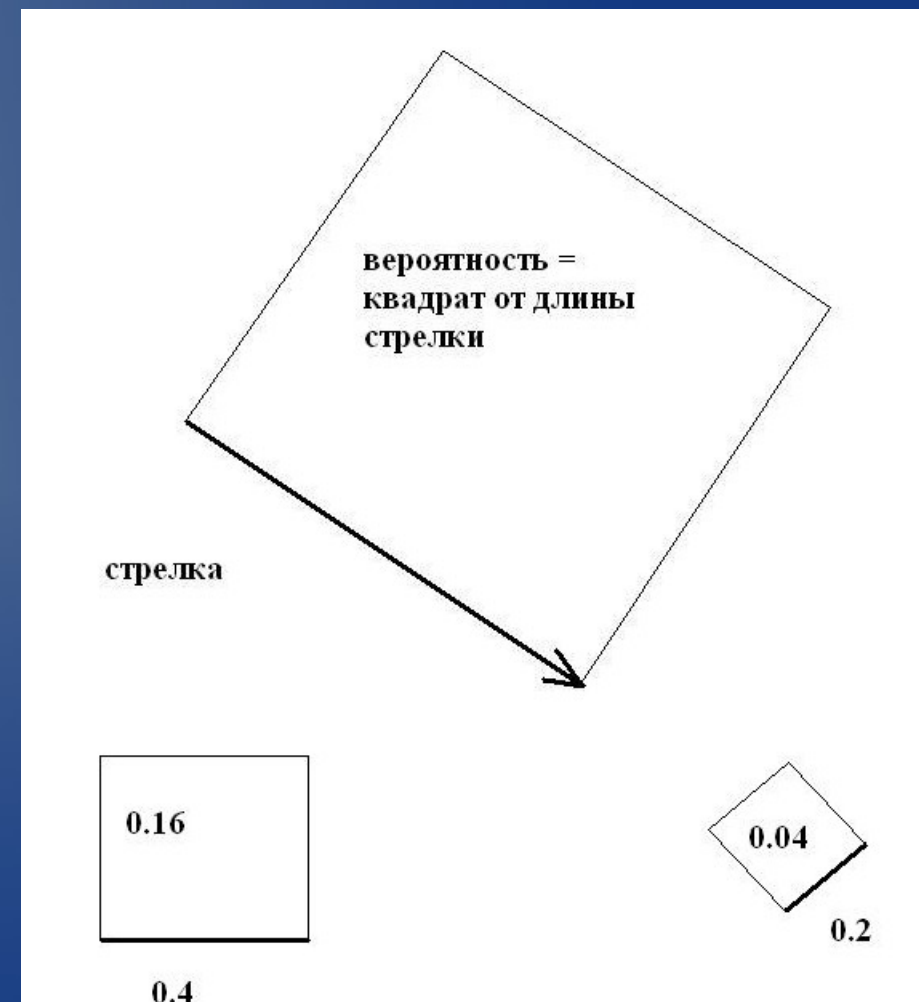


Разобьем рой на пучки



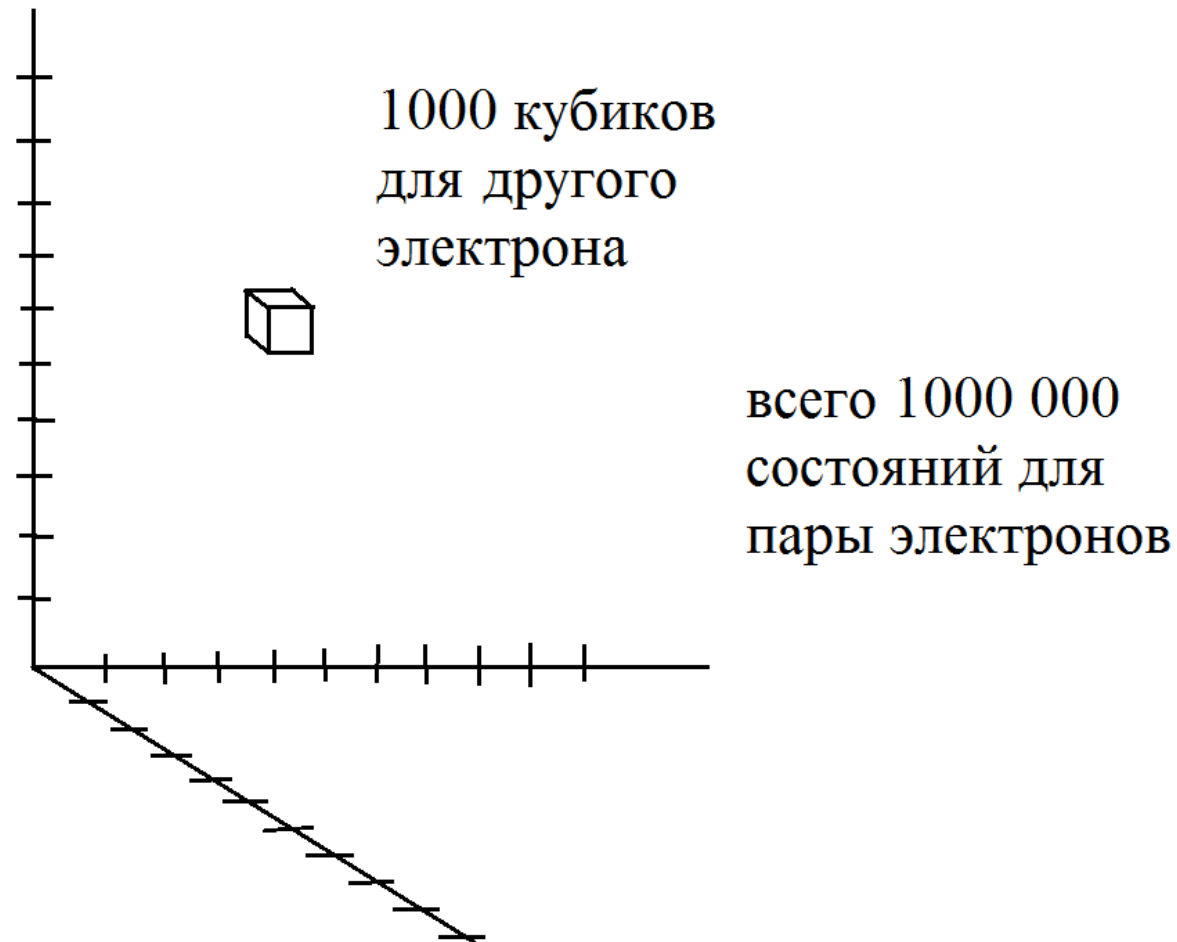
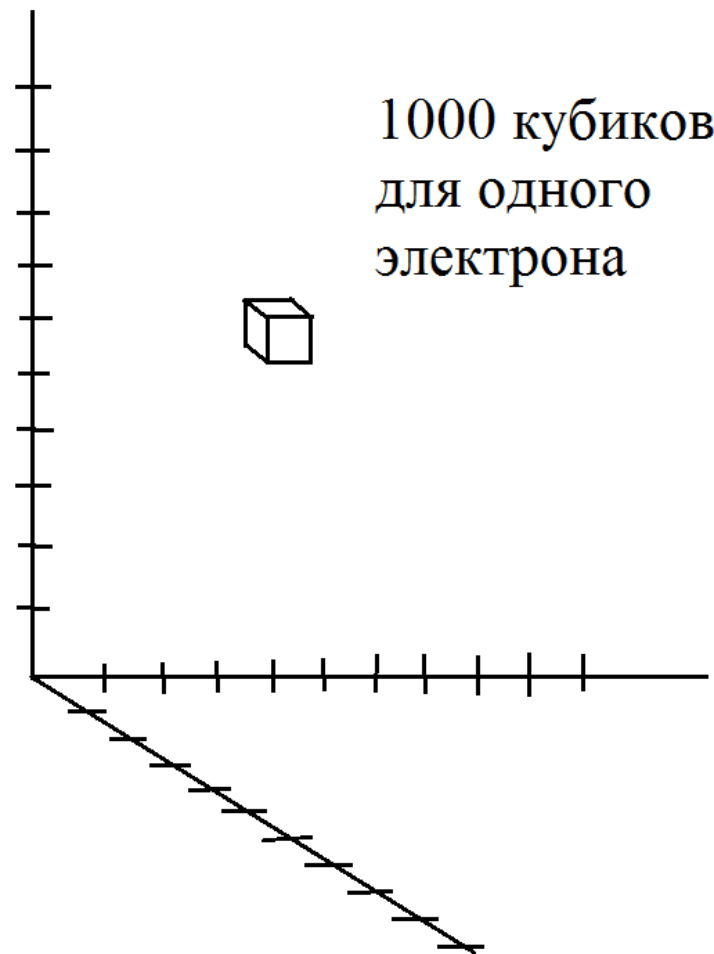
Мы можем вычислить только вероятности событий, но не предсказать конкретное!

- Путям соответствуют стрелки
- Квадрат длины стрелки = вероятность присутствия фотона
- Когда и как в точности происходит переход от стрелок к вероятностям, мы НЕ ЗНАЕМ
- Стрелки точно складываются, когда мы видим фотон



Что будет, если частиц много?

- Размерность пространства состояний будет расти как экспонента от числа частиц



Классическая схема моделирования реальности

*Моделирующая программа
на суперкомпьютере*

Реальная система

Квантовое управление реальностью

*Квантовая операционная система
на суперкомпьютере*

*Физическая часть квантового компьютера
— прообраз реальной системы
на квантовых точках, оптических полостях,
волноводах*

Реальная система

Великий закон Природы в матричной форме

u_{ij} амплитуда перехода из j в i

положение
стрелки в клетке 1
в момент t

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & \dots & u_{2n} \\ & & \dots & \\ u_{n1} & u_{n2} & \dots & u_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_1(0) \\ \Psi_2(0) \\ \\ \Psi_n(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_1(t) \\ \Psi_2(t) \\ \\ \Psi_n(t) \end{pmatrix}$$

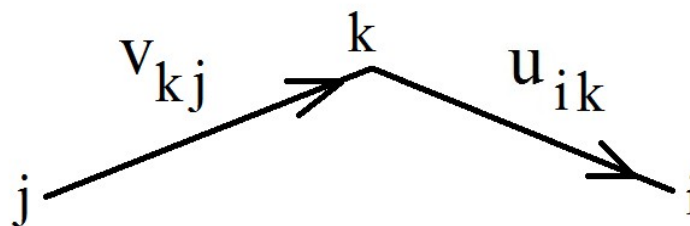
$$\Psi_1(t) = \Psi_1(0) u_{11} + \Psi_2(0) u_{12} + \dots + \Psi_n(0) u_{1n}$$

Великий закон Природы в матричной форме

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & \dots & u_{2n} \\ & & \dots & \\ u_{n1} & u_{n2} & \dots & u_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1n} \\ v_{21} & v_{22} & \dots & v_{2n} \\ & & \dots & \\ v_{n1} & v_{n2} & \dots & v_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \dots & w_{2n} \\ & & \dots & \\ w_{n1} & w_{n2} & \dots & w_{nn} \end{pmatrix}$$

W V

$$w_{ij} = \sum_k u_{ik} v_{kj}$$



Линейный закон эволюции

- $|\Psi(t)\rangle = \exp(-i/\hbar H t) |\Psi(0)\rangle$
- H - гамильтониан (оператор энергии). $H = E_{\text{kin}} + V$
- Для одной частицы $H = p^2/2m + V$, $p = -i\hbar \text{grad}$
- Суммирование по всем n - звенным ломаным от j до i :

$$\lambda_i(nt) = \sum_{j, k_1, k_2, \dots, k_{n-1}} \lambda_j(0) u_{ik_{n-1}} \dots u_{k_2 k_1} u_{k_1 j}$$

- Это – закон матричного умножения. Что он даст, если устремить зерно dx к пределу?

Линейный закон эволюции

Сумма по j перейдет в

$$\Psi(y, t) = \int_R K(y, x, t) \Psi(x, t) dx$$

Суммирование по ломаным даст

$$K(y, x, t) = \int_{\gamma: x \rightarrow y} \exp\left(\frac{i}{\hbar} S[\gamma]\right) \mathcal{D}\gamma \quad (1.30)$$

где $S[\gamma]$ - действие вдоль траектории γ , которое вычисляется по формуле $S[\gamma] = \int_0^T L(\dot{x}, x, t) dt$, где $L(\dot{x}, x, t) = E_{kin} - V$ - лагранжиан, равный разности кинетической и потенциальной энергии частицы, движущейся из точки $x(0) = x$ в точку $x(T) = y$. Эта функция $K(y, x, t)$ называется ядром Фейнмана, а интеграл (1.30) - фейнмановским интегралом по траекториям.

Принцип Мопертьюи

Вариация действия вдоль классической траектории должна быть нулевой:

$$\delta S[\gamma_{\text{class}}] / \delta \gamma_{\text{class}} = 0$$

это эквивалентно 2 закону

Ньютона

$$S[\gamma] = \int (E_{\text{kin}} - E_{\text{pot}}) dt$$

$$\gamma: x=x(t)$$

$$t_0 < t < t_1$$



При характерном действии DS , сравнимом с постоянной Планка, квантовая механика переходит в классическую

$$K(y, x, t) = \int_{\gamma: x \rightarrow y} \exp\left(\frac{i}{\hbar} S[\gamma]\right) \mathcal{D}\gamma \quad (1.30)$$

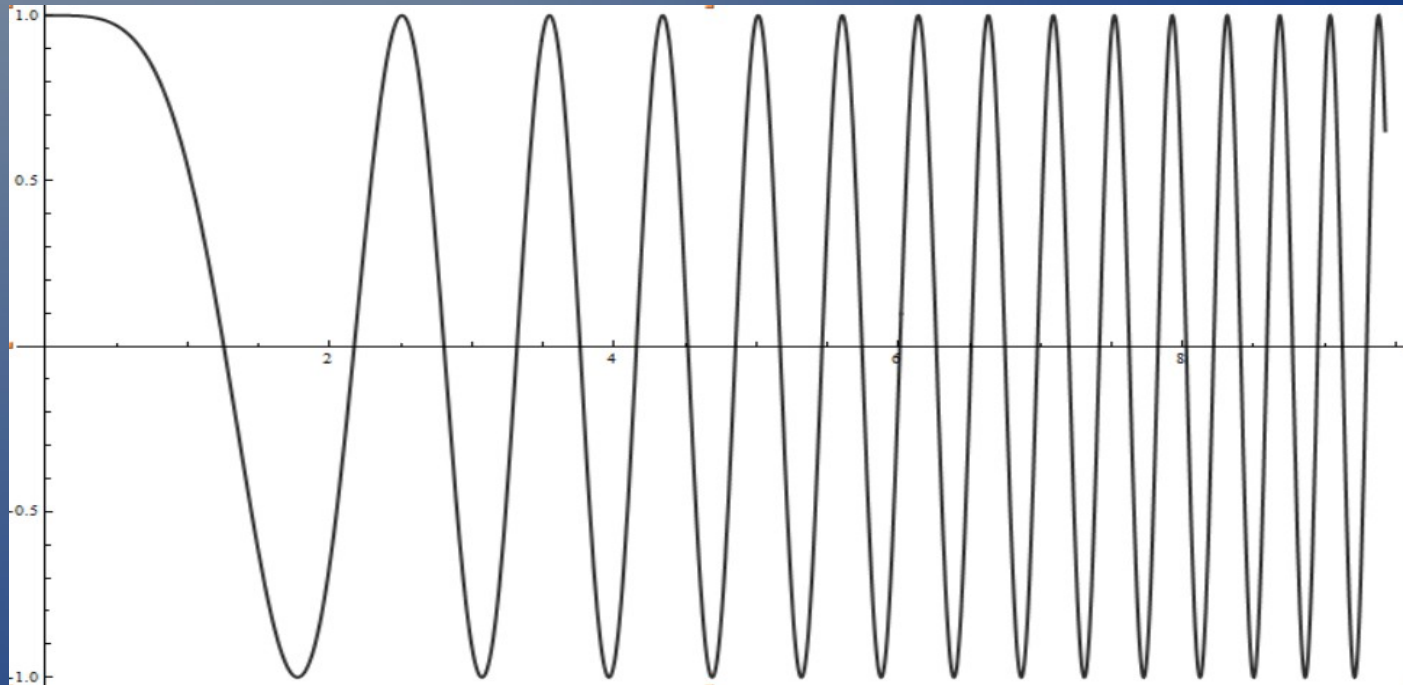
где $S[\gamma]$ - действие вдоль траектории γ , которое вычисляется по формуле $S[\gamma] = \int_0^T L(\dot{x}, x, t) dt$, где $L(\dot{x}, x, t) = E_{kin} - V$ - лагранжиан, равный разности кинетической и потенциальной энергии частицы, движущейся из точки $x(0) = x$ в точку $x(T) = y$. Эта функция $K(y, x, t)$ называется ядром Фейнмана, а интеграл (1.30) - фейнмановским интегралом по траекториям.

Линейный закон эволюции

Ядро для свободной частицы:

$$c \cdot \exp(-im(x - x_0)^2 / 2\hbar t)$$

Его вещественная часть (от $x - x_0$, $t = \text{const}$):



Что в точности соответствует волнам де Бройля

$$\Psi(r, t) = C \exp\left(\frac{i}{\hbar}rp - \frac{i}{\hbar}Et\right)$$

Квантовая механика – наиболее математизированная часть естествознания

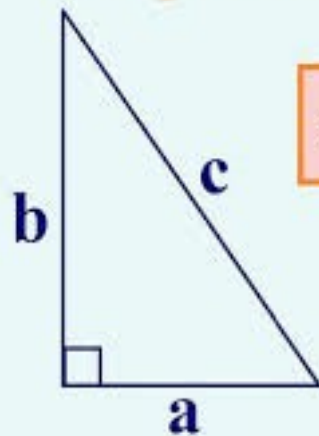
- Что входит в ее пределы уже сегодня:
микроэлектроника, химия, оптика, материаловедение,
потенциально: гравитация, ядерная физика.
Это – науки о неживой природе.
- Что пока лежит за ее пределами: **биология**
- Имеется интересное
приложение квантовых методов в социологии и есть
выражение *«квантовая политика»*

Немного истории

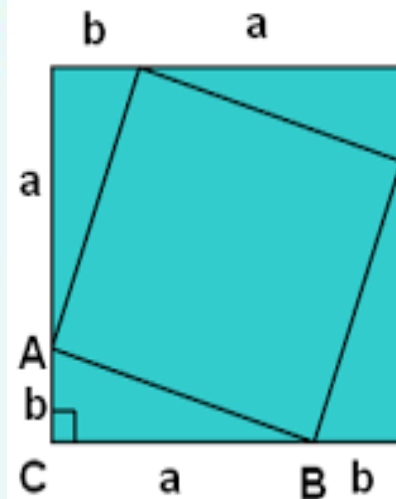
Пифагор



Теорема Пифагора



$$a^2 + b^2 = c^2$$



Дано:
 $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$,
Доказать:
 $a^2 + b^2 = c^2$.

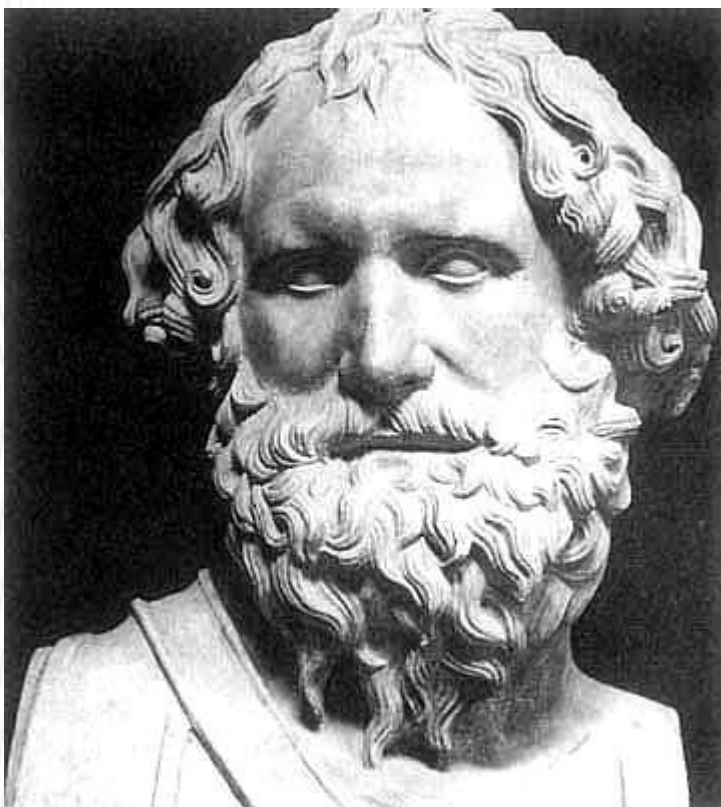
Доказательство:
 $S_{\text{кв.}} = (a + b)^2$,
 $S_{\text{кв.}} = c^2 + 2ab$,
 $a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$
 $c^2 = a^2 + b^2$

Евклид



Математика — это не гора формул, а
точность формулировок

Физика – наиболее продвинутая часть естествознания



Архимед:

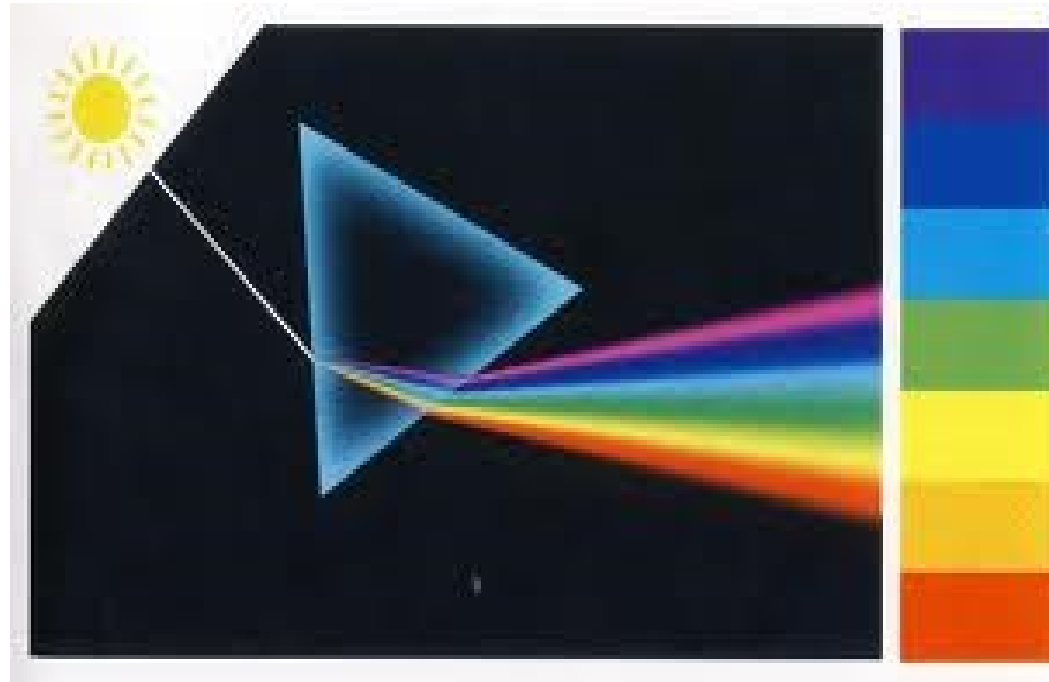
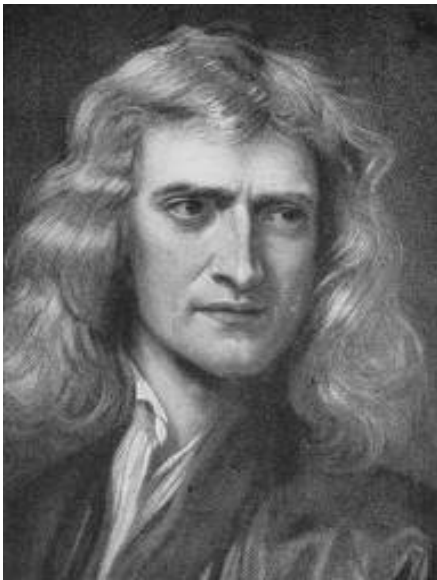
Бесконечно малые
величины, складываясь в
бесконечно больших
количествах, могут дать
любое число.

$$S_{\text{sphere}} = 4\pi R^2, \quad V_{\text{ball}} = 4\pi R^3/3$$

ФОТОНЫ как корпускулы

- $df/dt = f'$, $F=am$
- The light consists of point wise particles

(I. Newton)



Квантование – разбиение любой величины на части ненулевого размера - кванты

- Атомизм – квантование материи. Теплота есть количественная характеристика движений атомов вещества.

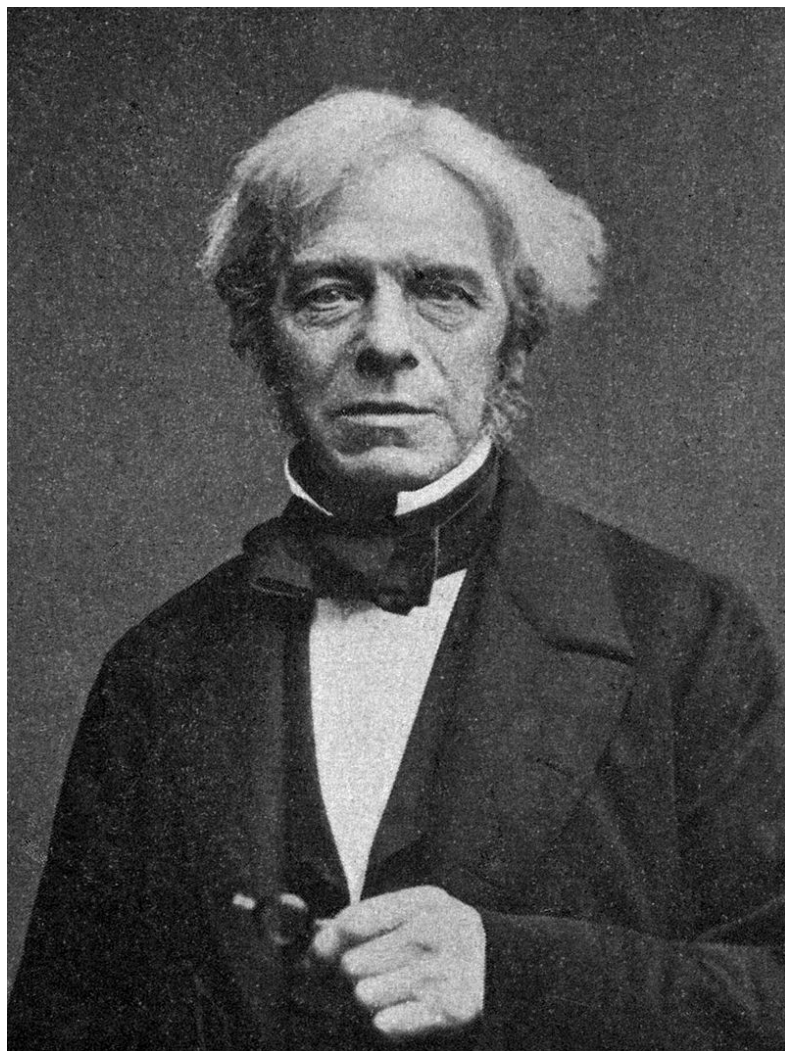
Полная энергия есть сумма динамической энергии цельного куска вещества и тепловой энергии всех его атомов.

Полная энергия не меняется во времени.

(М.В.Ломоносов)



Открытие Фарадея: электричество, магнетизм, свет — разные грани одного и того же



Математическая форма электромагнетизма — уравнения Максвелла

$$\operatorname{div} E = \rho$$

$$\nabla \times E = -\partial B / \partial t$$

$$\operatorname{div} B = 0$$

$$\nabla \times B = (j + \partial E / \partial t) / c^2$$

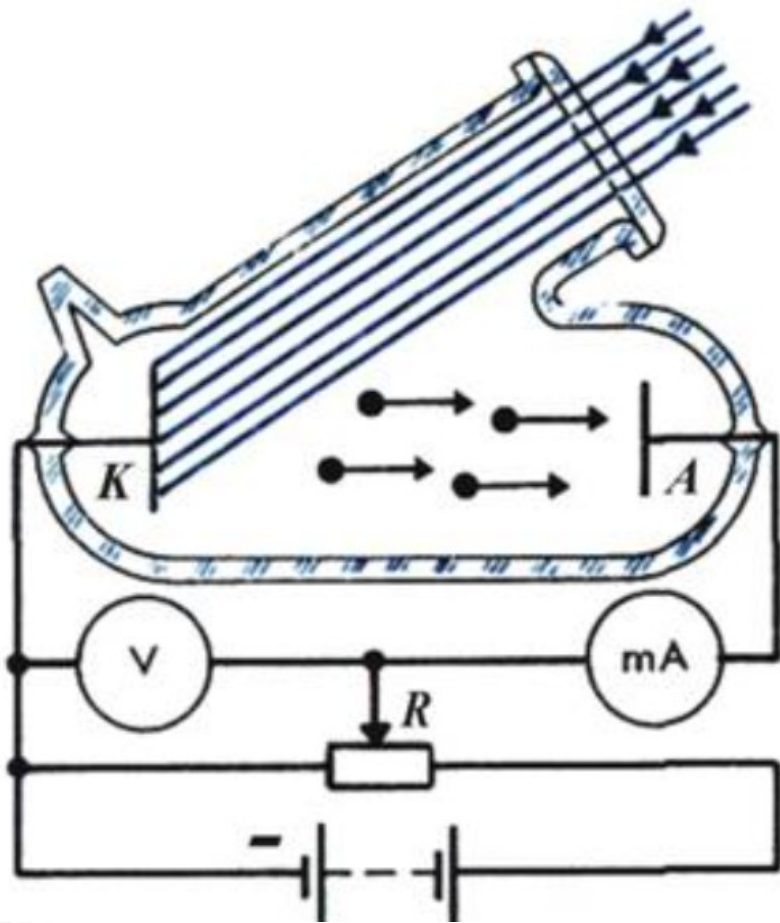


$$\partial e$$

$$\nabla = (\partial E / \partial x, \partial E / \partial y, \partial E / \partial z)$$

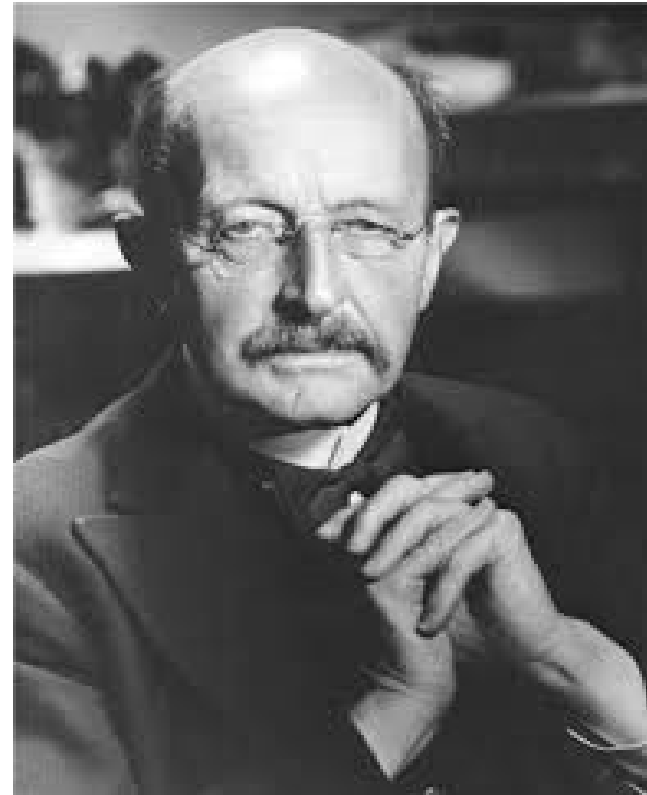
$$\operatorname{div} = \partial E / \partial x + \partial E / \partial y + \partial E / \partial z$$

Фотоэффект Александра Столетова



Макс Планк: свет состоит из фотонов

*Энергия одного фотона
частоты ω равна $\hbar\omega$
где $\hbar \approx 10^{-27}$ эрг сек*



Фотон, поглощаемый атомом, выбивает из атома электрон

Альберт Эйнштейн:
Фотоэффект Столетова
Есть следствие
Квантования света:



Поглощение атомом фотона приводит к переходу
электрона на возбужденный уровень, при достаточной
энергии электрон вылетает за пределы атома

Нильс Бор: электрон в атоме водорода имеет стационарные состояния, в которых он НЕ ПАДАЕТ НА ЯДРО

Энергии этих состояний
расположены по формуле

Бальмера:

$$E_n \sim 1 - 1/n^2$$

-это установлено
экспериментально



Предсказания квантовой теории — только вероятностные

Макс Борн:

Квадрат модуля

ψ — функции

есть вероятность

соответствующего

события





Physics is much too hard for
physicists.

— *David Hilbert* —

AZ QUOTES

Процедура квантования

Квантование множества $A = \{a, b, c, \dots\}$ - это переход от A к евклидову пространству $L(A)$ линейных комбинаций его элементов:

$$|\Psi\rangle = x|a\rangle + y|b\rangle + z|c\rangle + \dots$$

Причем $|a\rangle, |b\rangle, |c\rangle, \dots$ - считается ортонормированным базисом $L(A)$

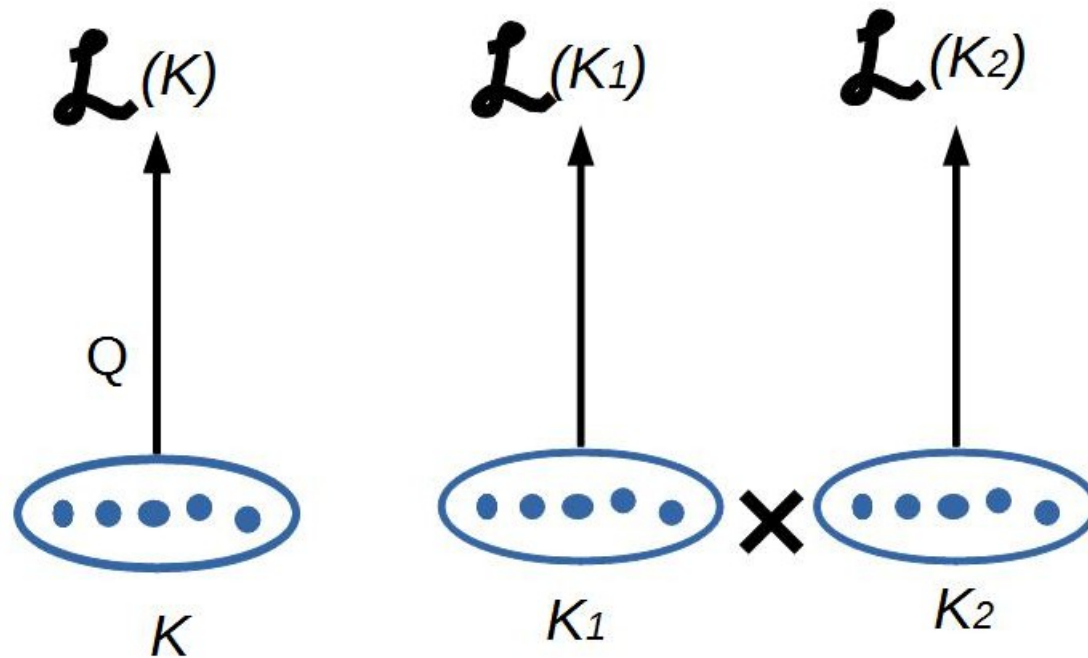
Пример: Квантование бита $A = \{0, 1\}$ называется квантовым битом (кубитом):

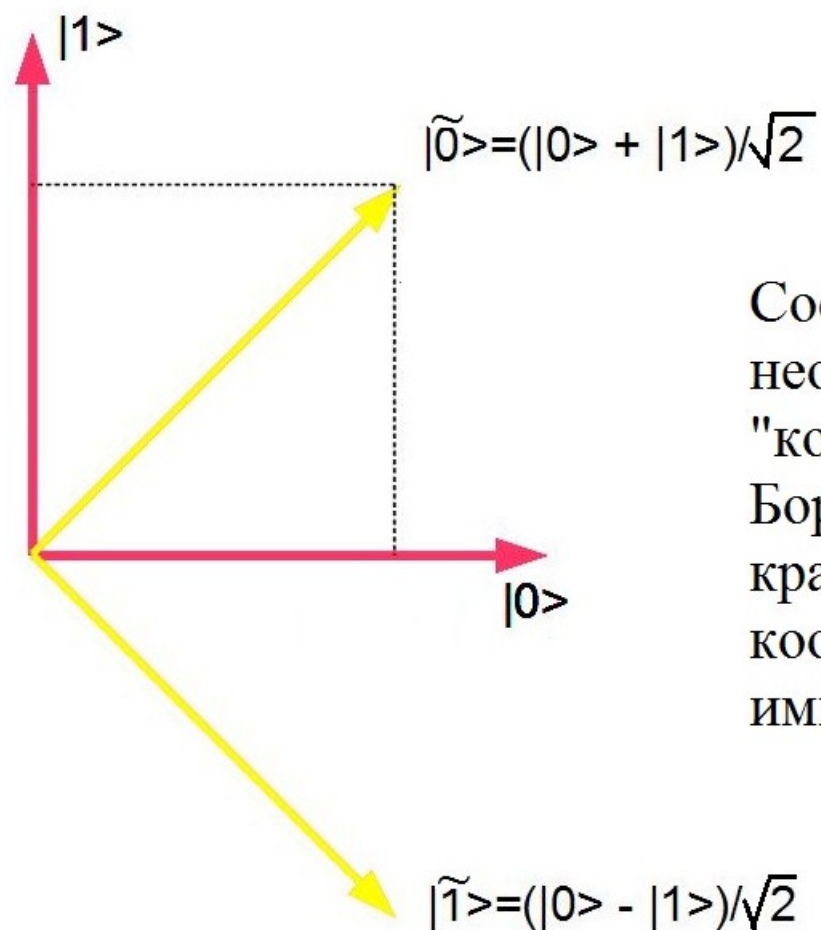
$$|\Psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$$

Два кубита: базисные состояния $\{00, 01, 10, 11\}$

$$|\Psi\rangle = a|00\rangle + b|01\rangle + c|10\rangle + d|11\rangle$$

Тензорное произведение — результат квантования декартова





Соотношение
неопределенностей
"координата-импульс"
Бора - Гейзенберга:
красный базис -
координатный, желтый -
импульсный

Парадоксальность квантовой механики

Квантовое дальноедействие:

Существуют состояния двух частиц, при которых они разделены на большое расстояние (более 100 км.) и при этом одна из них **МГНОВЕННО** меняет свои свойства при воздействии на другую.

Универсализм знаний

Микромир как океан

- Над ним можно летать — это покажет его границы
- По нему можно плавать — это дает микроэлектронику: лазеры, транзисторы, компьютеры и всю IT область
- В него можно нырять — это поможет понять его глубину
- Квантовая информатика — это путь в глубину микромира

Что такое сложные системы

- Если поведение системы n частиц можно так или иначе свести к поведению одной, отдельно взятой частицы, это — простая система. Пример: теория твердого тела, теория сплошных сред.
- Сложная система — не проста. В описании сложных систем главная роль принадлежит понятию информации, то есть связи с человеком.
- Функции сложной системы всегда связаны со случайностью.

Случайность — квантовое явление

- Квантовая механика описывает простые системы, предсказывая распределение вероятностей
- Понятие вероятности неприменимо к сложным системам, что делать с ними?
- Для сложных систем возможны точные предсказания?

У вас уже есть почти квантовый компьютер

Современная микроэлектроника — основана на представлениях квантовой теории о взаимодействии атомов с электромагнитным полем. Частиц много, но их состояние очень простое.

Квантовый компьютер КК — основан на квантовой логике, в отличие от существующих, использующих классическую логику вычислений.

КК - экспериментальный проект, цель которого — познание сложных систем.

Фейнмановский проект квантового компьютера (КК)

1. Его предназначение — предсказательное моделирование сложных процессов (жизни), что возможно только на квантовом уровне.
2. КК надо строить из кубитов, и простейших операций над ними — квантовых гейтов, аналогично классическим компьютерам.
3. Так мы учтем квантовый характер сложных процессов и, возможно, лучше поймем, как квантовая механика работает в сложных системах.

Кубит — квантовый бит

Бит — это объект, у которого есть ровно два состояния: $|0\rangle$ и $|1\rangle$.

Кубит — это квантовый бит: бит, который может находиться в квантовой суперпозиции:

$$a|0\rangle + b|1\rangle$$

Почему это удобно? Так можно выразить промежуточные состояния, и даже динамику кубита, если a и b — комплексные числа.

Много кубитов

Кубит можно трактовать как атрибут физической частицы. Например, положение электрона в системе двух потенциальных ям: слева - $|0\rangle$, справа - $|1\rangle$.

Или — нахождение электрона в основном (с наименьшей энергией) состоянии в атоме - $|0\rangle$, в возбужденном - $|1\rangle$.

В таких случаях множество кубитов будет моделью множества реальных частиц.

Много кубитов

А можно трактовать кубит как бинарный знак в бинарном разложении числа, например, координаты частицы.

Тогда $|0\rangle$ означает нахождение частицы в левой половине отрезка $[0,1]$, $|1\rangle$ - в правой половине.

Используя 2 кубита можно локализовать частицу уже точнее: в 4 точках:

$|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$ - как приближение координаты с точностью 0.25,

Имея 3 кубита, можно добиться точности 0.125, и т. д.

Использование n кубитов даст точность 2^{-n} .

Что там, в глубине?

- Квантовая криптография – абсолютно секретные коммуникации – нужен 1 кубит. Сделано.
- Квантовая нелокальность, мгновенное дальное действие, телепортация – проявляется при 2 кубитах. Сделано.
- Быстрые квантовые алгоритмы – нужно около 100 кубитов. Через 5 лет планируется достичь рубежа в 10 кубитов. Есть ли предел масштабированию КК?
- Реалистическая модель жизни – нужно несколько миллиардов кубитов, *но мы не знаем*, как это будет работать! Пока есть только отдельные, очень частные примеры *квантового превосходства*.

Проект Квантового Компьютера

- Современные знания физики о сложных системах ограничиваются проектом Квантового Компьютера – универсального прибора, способного моделировать поведение реальной системы на предсказательном - квантовом уровне.
- Этот проект требует уточнения основных тезисов квантовой теории в той области, в которой она не может быть проверена в эксперименте: для сложных систем.
- Уточнение тезисов не есть их пересмотр: там, где они работают, они проверены великолепно!

Взаимодействие света и вещества

Я бьюсь об заклад, что принцип суперпозиции будет стоять в веках!

Ричард Фейнман



Квантовая механика для пешеходов

- Великий Закон Природы

Введение. Новый тип знания: алгоритмы

Квантовая теория как собрание простых рецептов

Свет, фотоны и интерференция

Взаимодействие вещества и света

- Великий Закон Природы для сложных систем

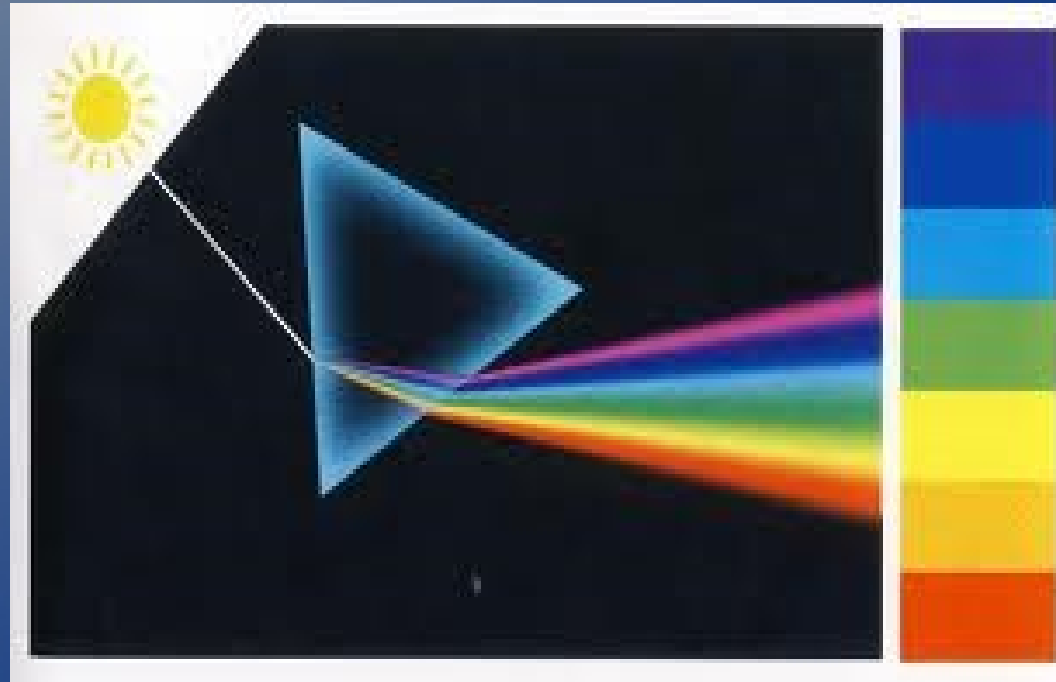
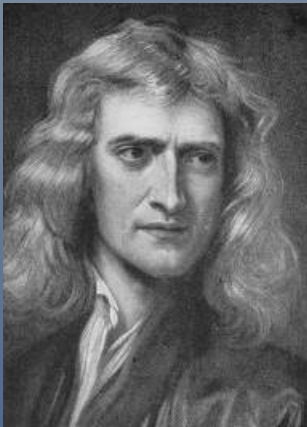
Матричная формулировка квантовой теории. Что делают физики

- Что дает нам Великий Закон Природы

Квантовый компьютер. Квантовая природа биологии

ФОТОНЫ как корпускулы

- The light consists of point wise particles



Стекло отражает часть света



Прохождение света через вещество

- Пар
пер

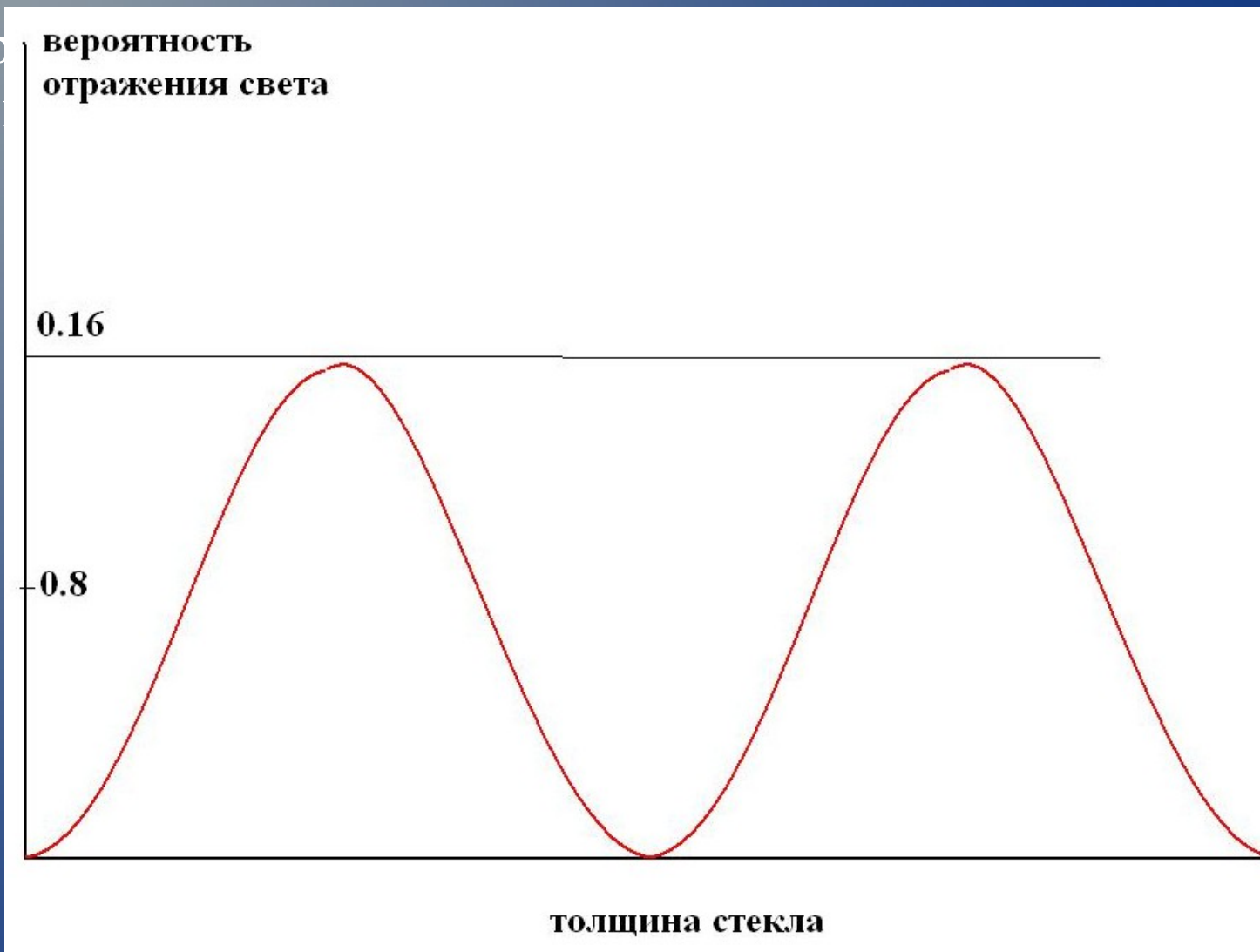
вероятность
отражения света

меняется

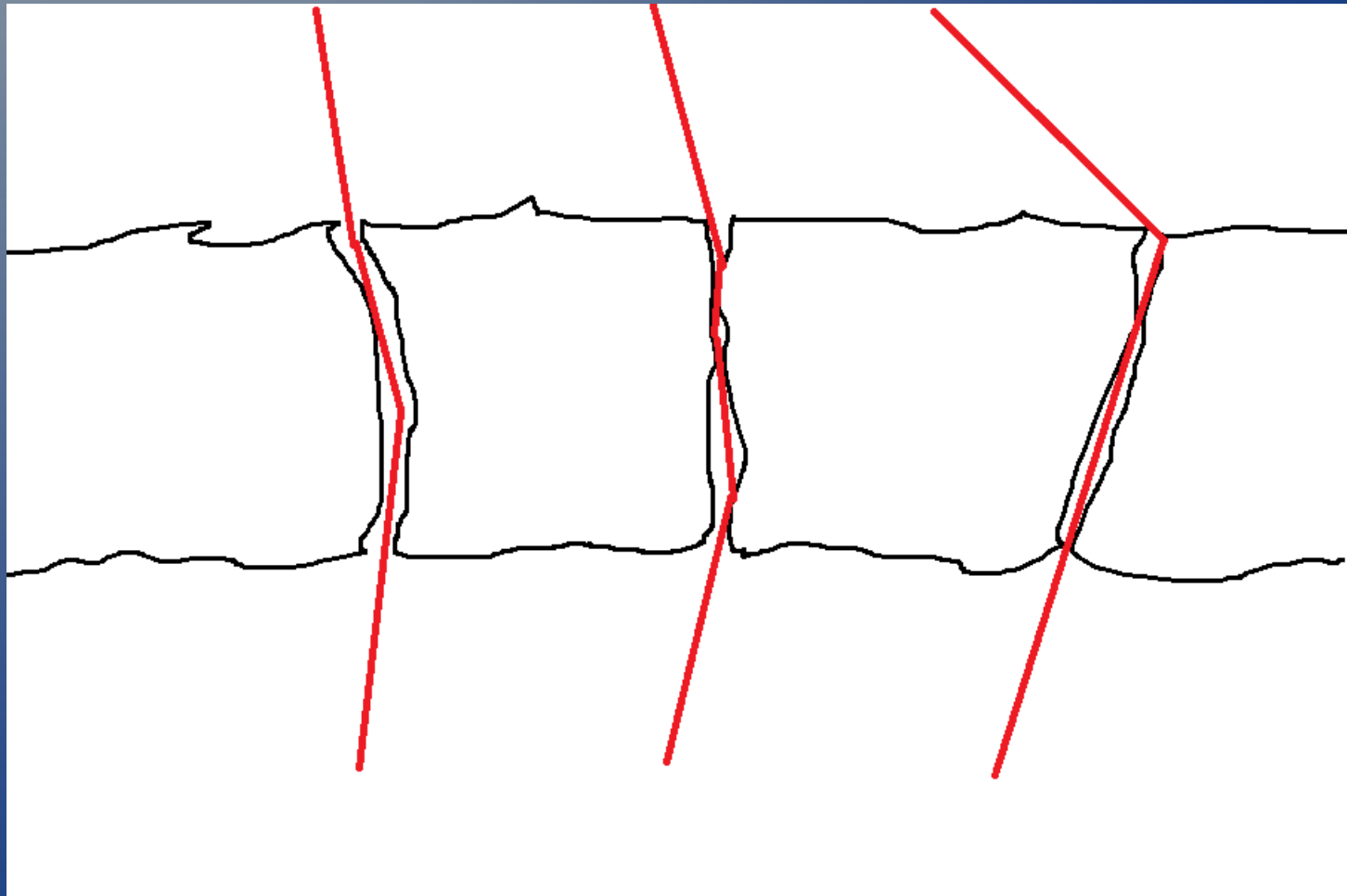
0.16

0.8

толщина стекла



А может, в стекле есть маленькие
отверстия?



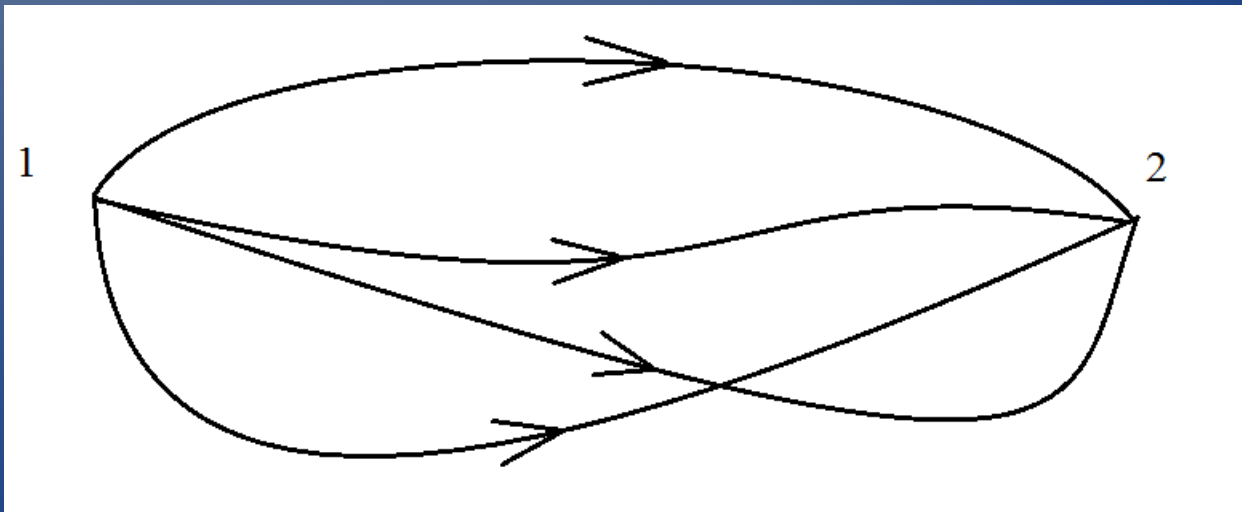
Нет, отверстия ничего не объясняют!



Because I can polish the glass

Один фотон: волна или частица?

- Фотон перемещается по многим траекториям одновременно!
- Один фотон = рой воображаемых точечных частиц. Каждая из них имеет свою собственную траекторию.

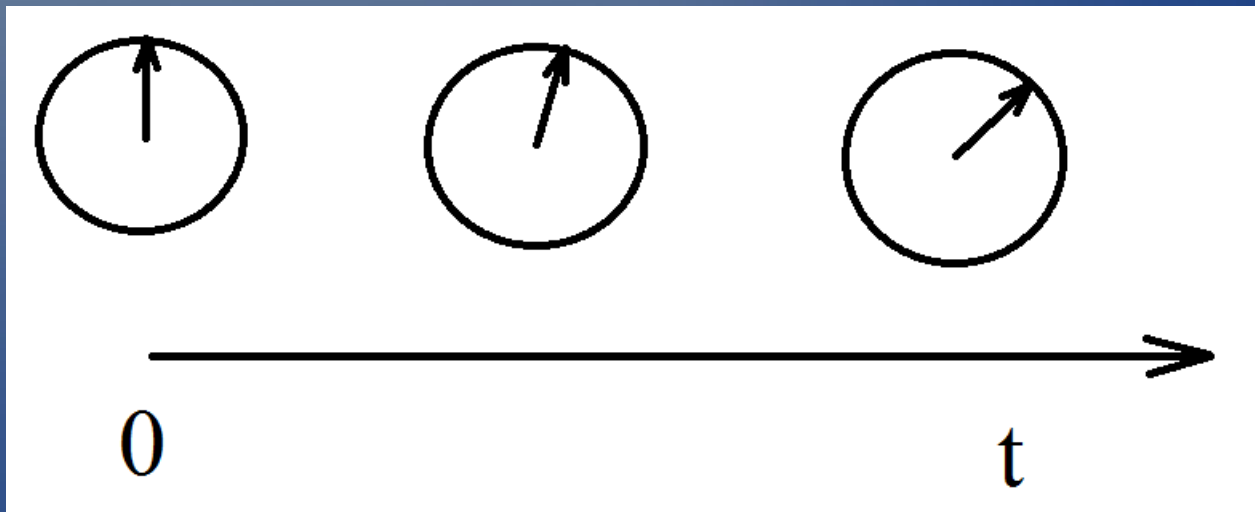


Любая частица = рой своих экземпляров

- Но это проявляется только если величина ее действия очень мала (мала энергия или короткий промежуток времени)
- Действие должно быть сравнимо с постоянной Планка (примерно $3 \cdot 10^{-27}$ эрг сек)

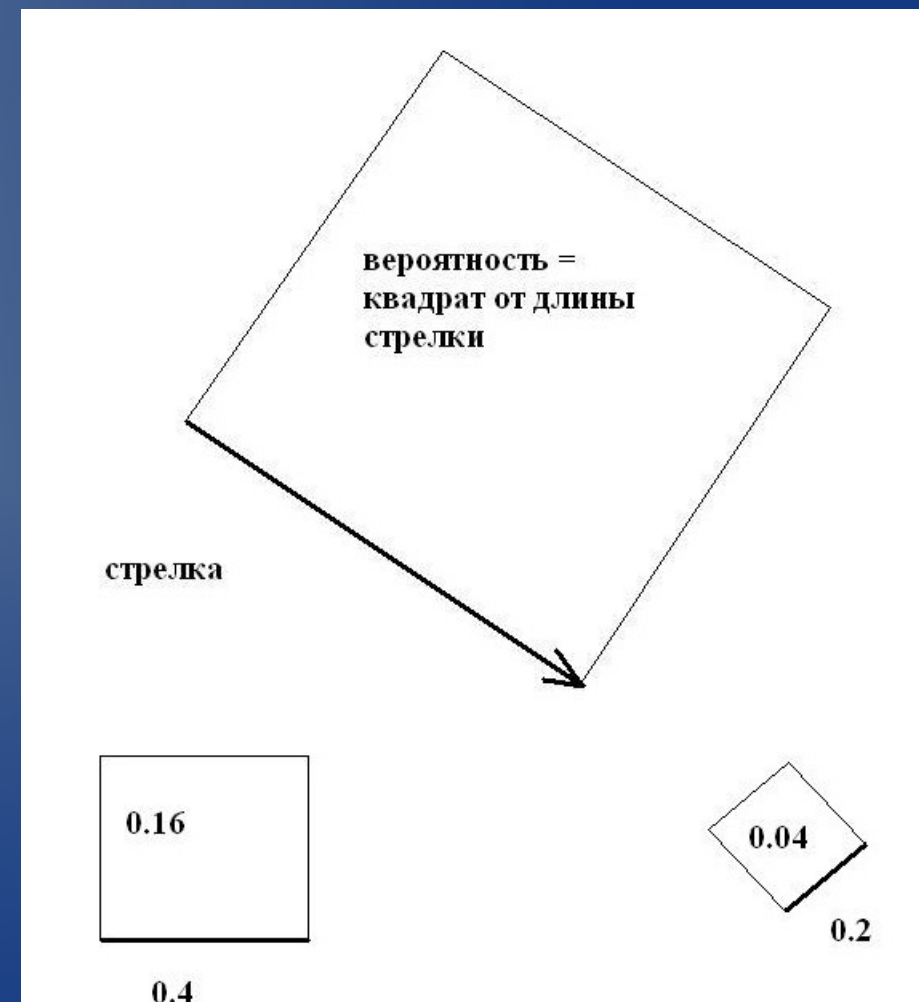
У каждого экземпляра фотона есть
свои часы со стрелкой

- Стрелка поворачивается на определенный угол $d\phi$ после прохождения определенного пути ds



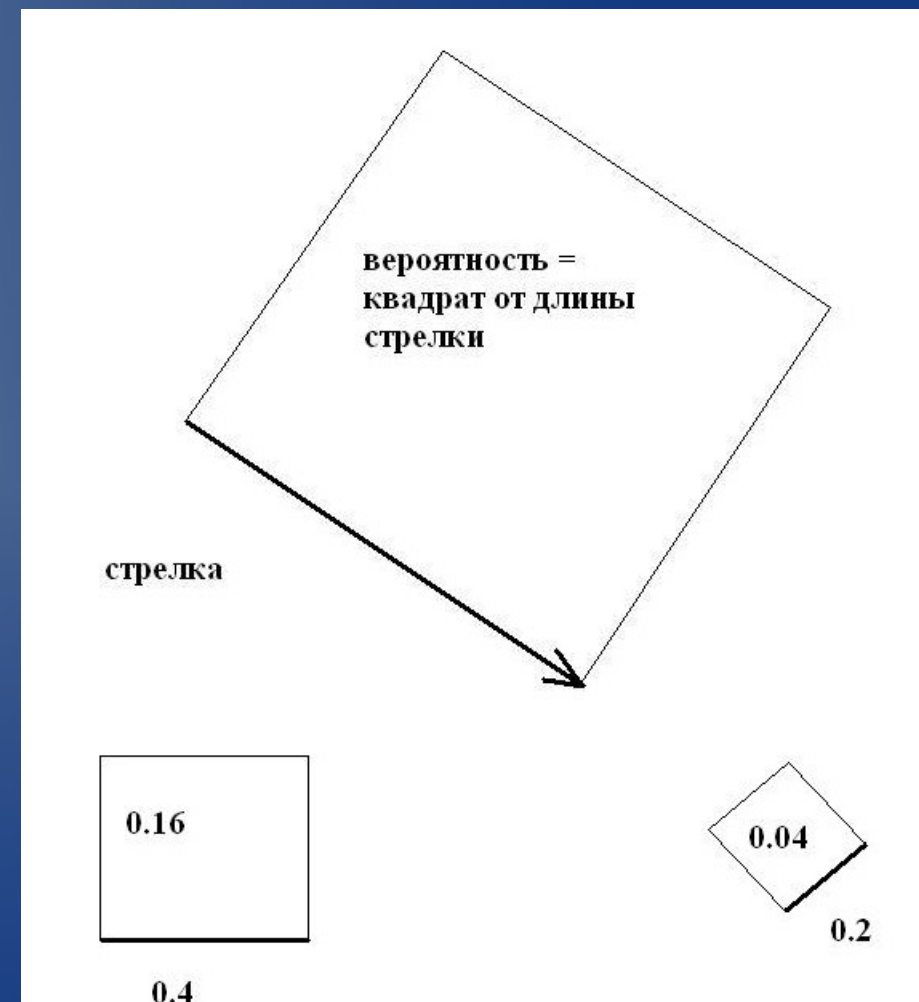
Мы можем вычислить только вероятности событий, но не предсказать конкретное!

- Путям соответствуют стрелки
- Квадрат длины стрелки = вероятность присутствия фотона
- Когда и как в точности происходит переход от стрелок к вероятностям, мы НЕ ЗНАЕМ
- Стрелки точно складываются, когда мы видим фотон

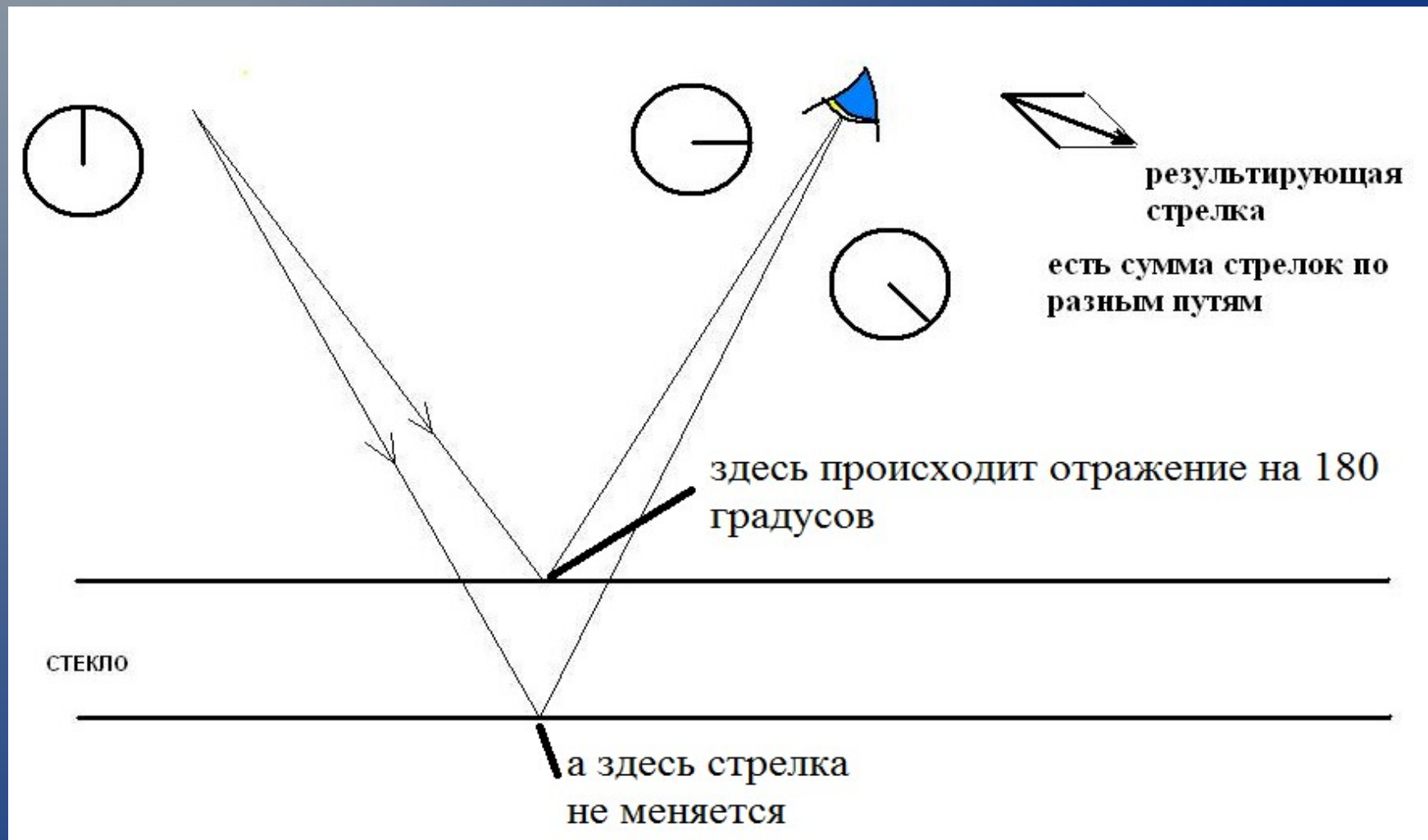


Мы можем вычислить только вероятности событий, но не предсказать конкретное!

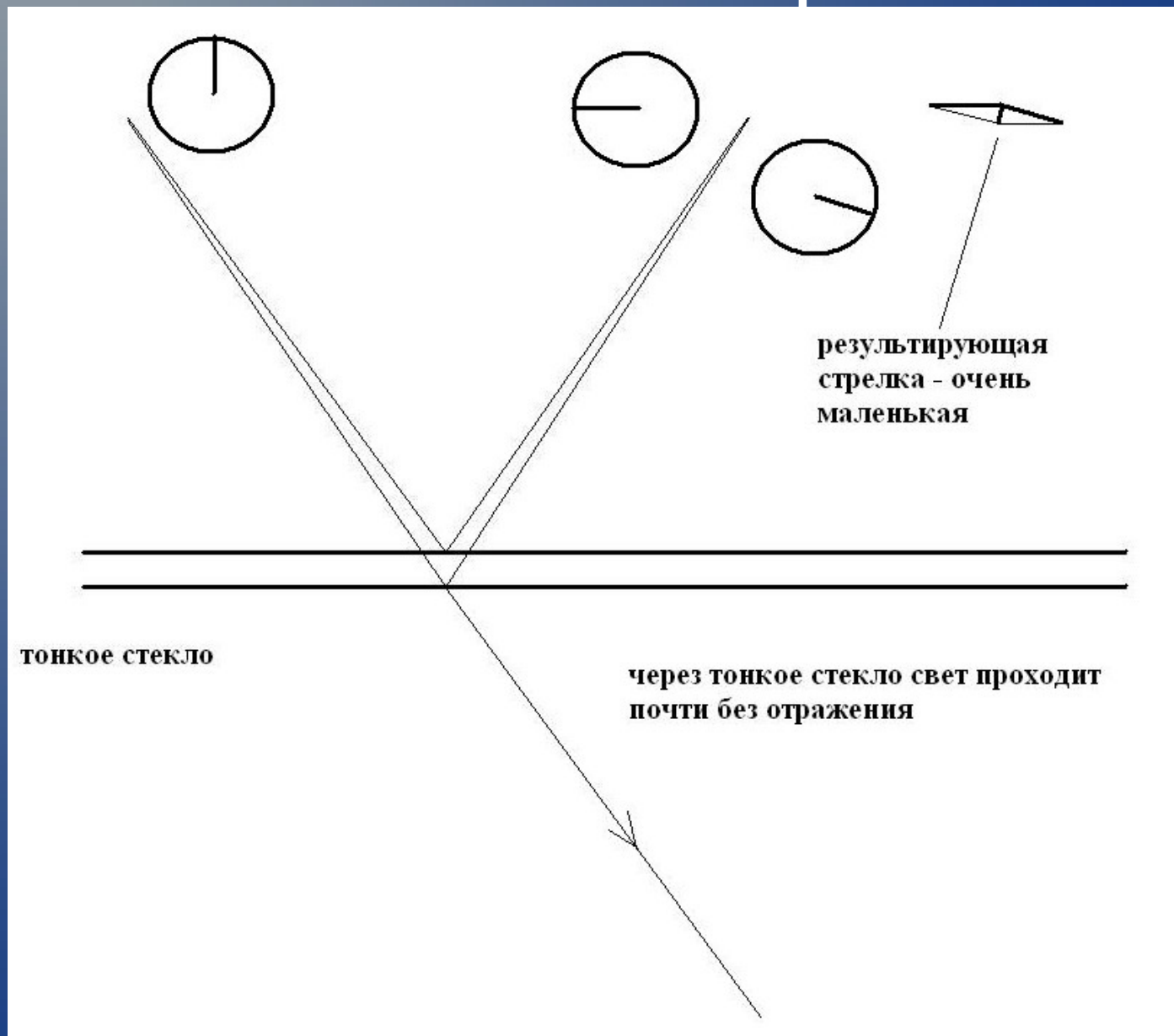
- Путям соответствуют стрелки
- Квадрат длины стрелки = вероятность присутствия фотона
- Когда и как в точности происходит переход от стрелок к вероятностям, мы НЕ ЗНАЕМ
- Стрелки точно складываются, когда мы видим фотон



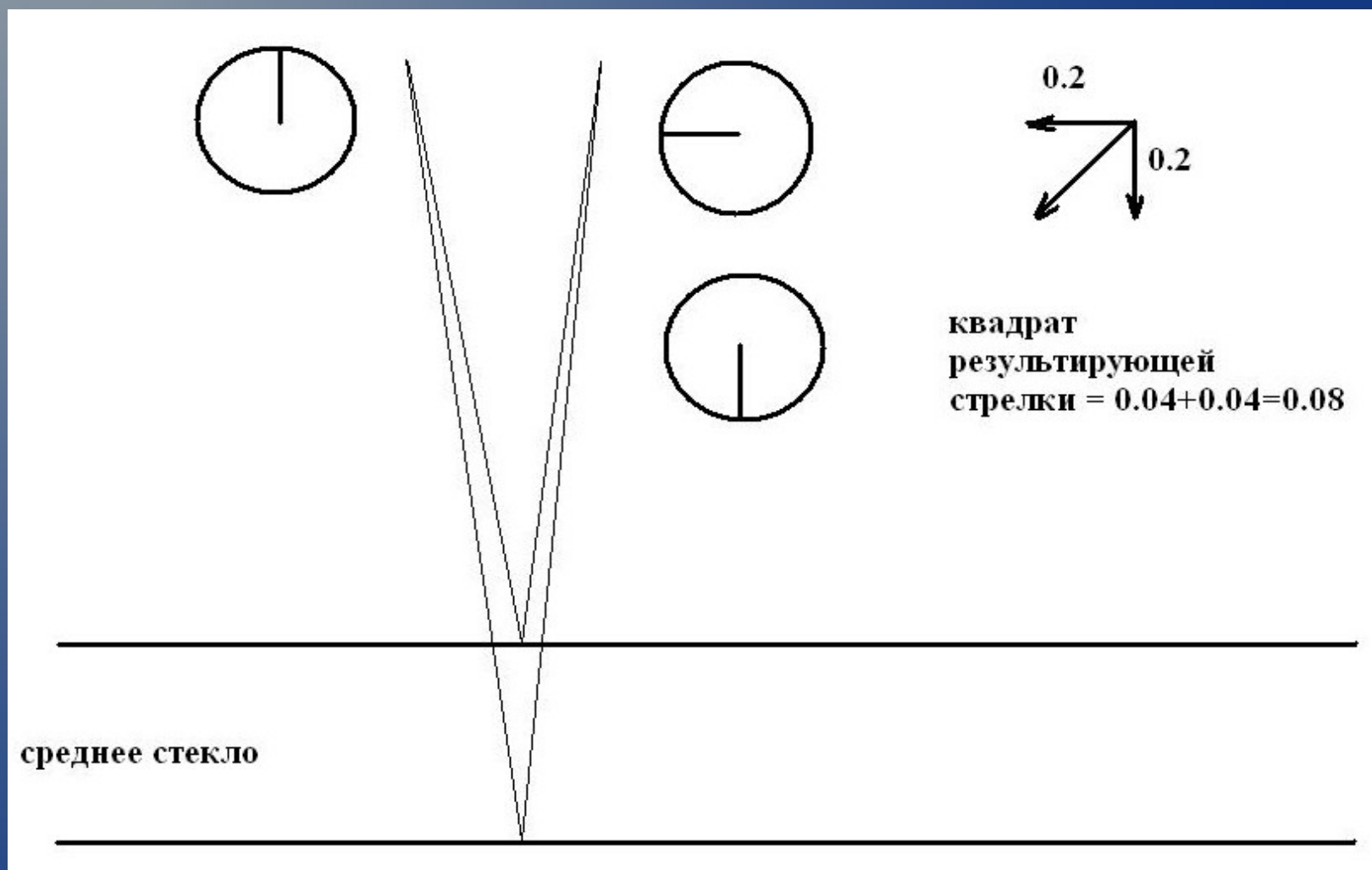
Прхождение света через стекло



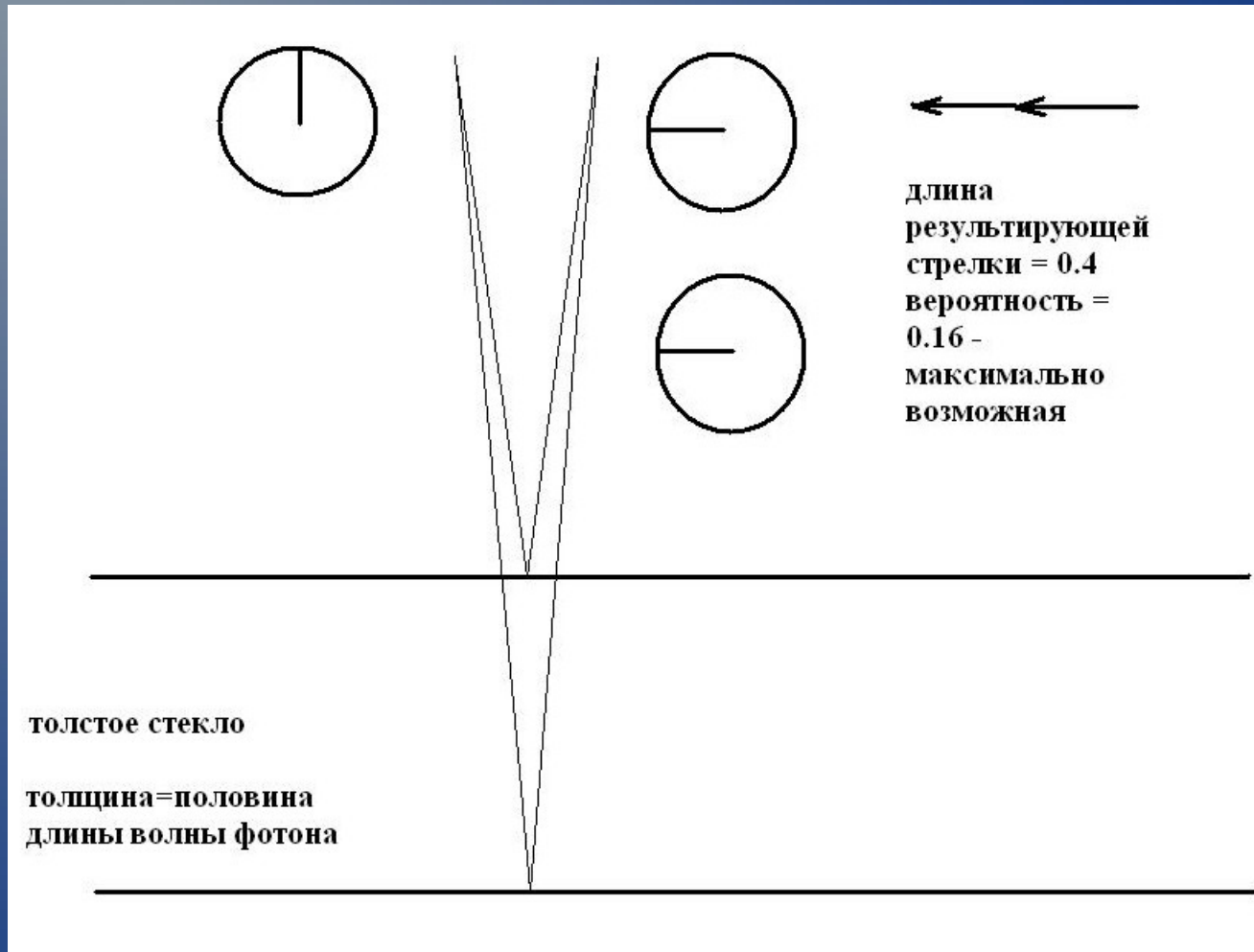
Через тонкое стекло свет проходит почти без отражения



Стекло потолще – отражение растёт!



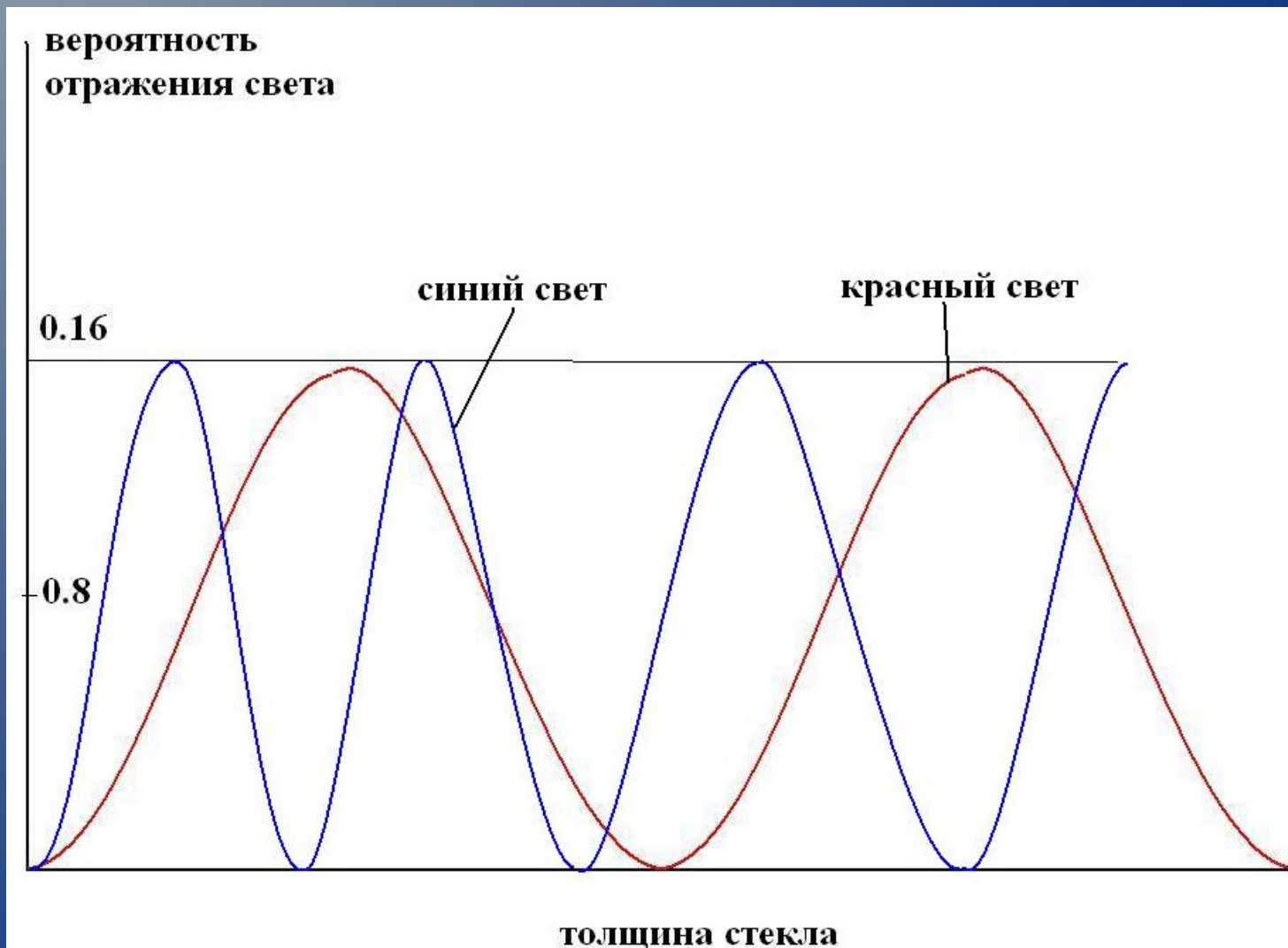
При толщине = одна четверть длины волны фотона отражение максимально



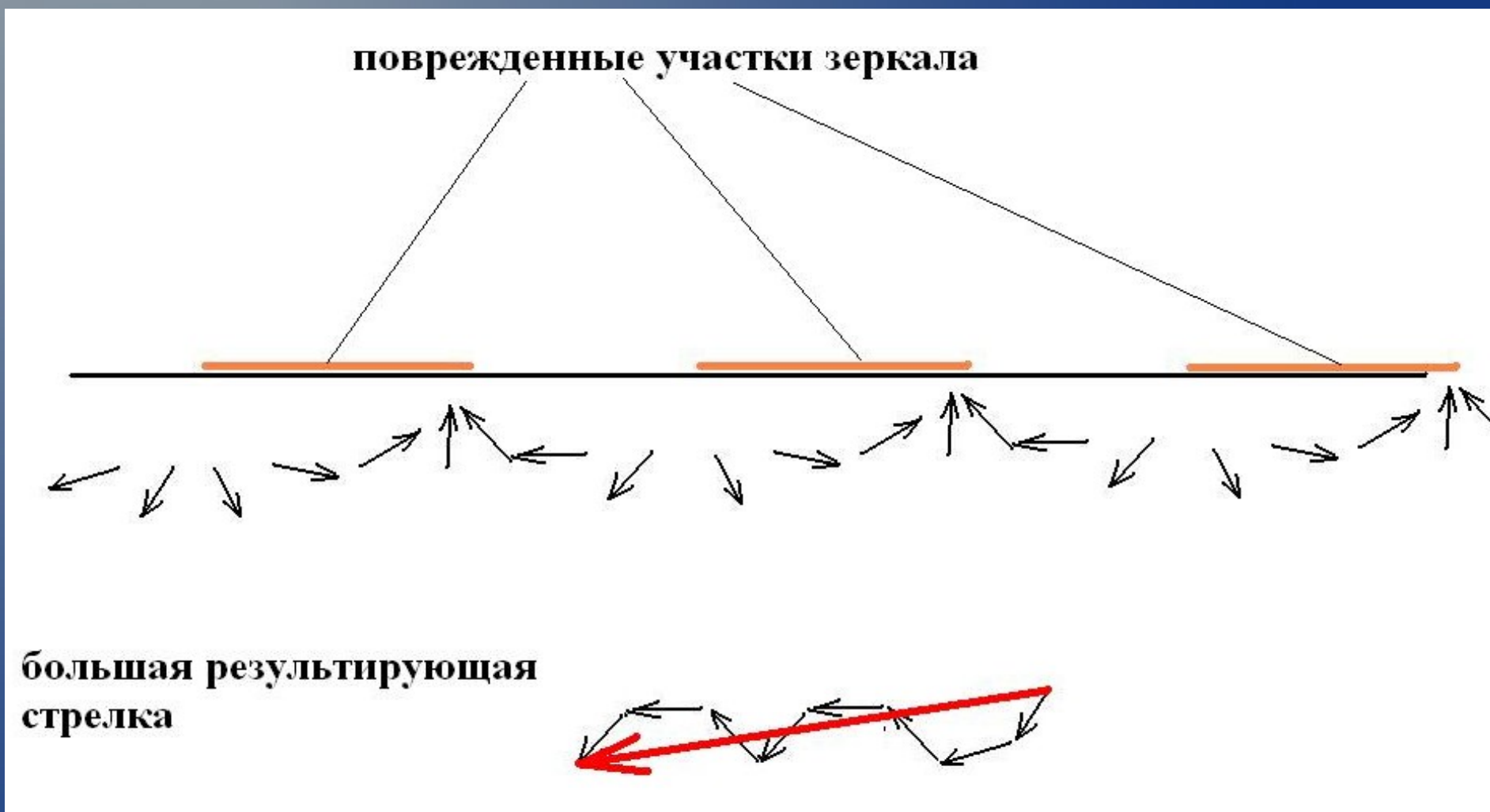
Периодическая зависимость вероятности отражения от толщины — следствие вращения стрелки каждого пути и сложений стрелок для разных путей

- Дальше отражение будет снова падать!

Зависимость вероятности отражения от толщины стекла



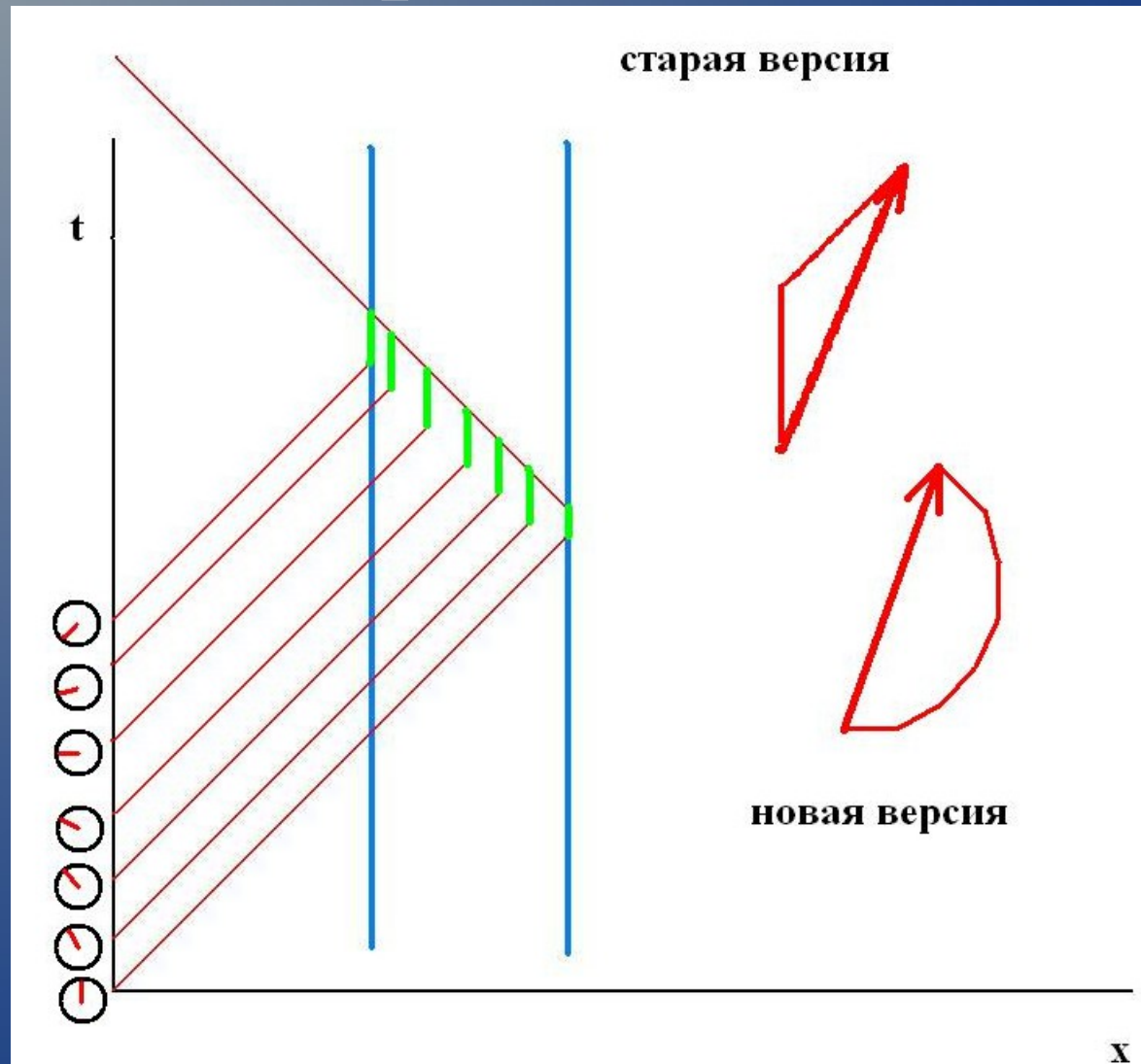
Можно добиться отражения от разных частей
зеркала, процарапав его



Монохроматический свет

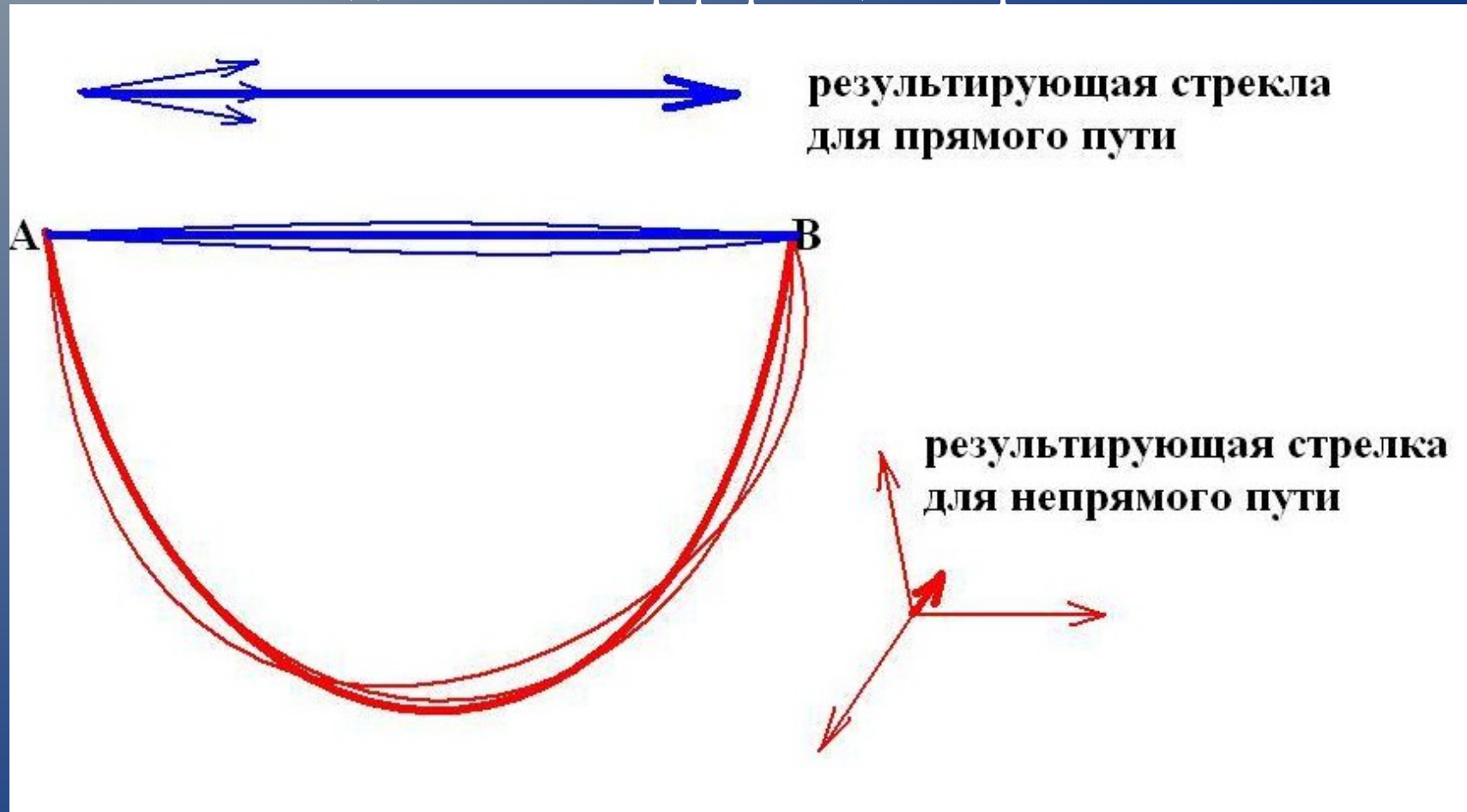
- Можно не вращать стрелку, а устанавливать ее фиксированное положение в зависимости от времени вылета фотона из источника: раньше вылет — большее время она показывает.
- Взаимодействие фотона с электронами стекла — поворот стрелки на 90 градусов.
- Эффект будет таким же, как и при старом методе, но мы избавляемся от искусственного приема: поворота стрелки на 180 градусов при отражении только от передней поверхности стекла.

Учет взаимодействия фотонов с электронами в стекле

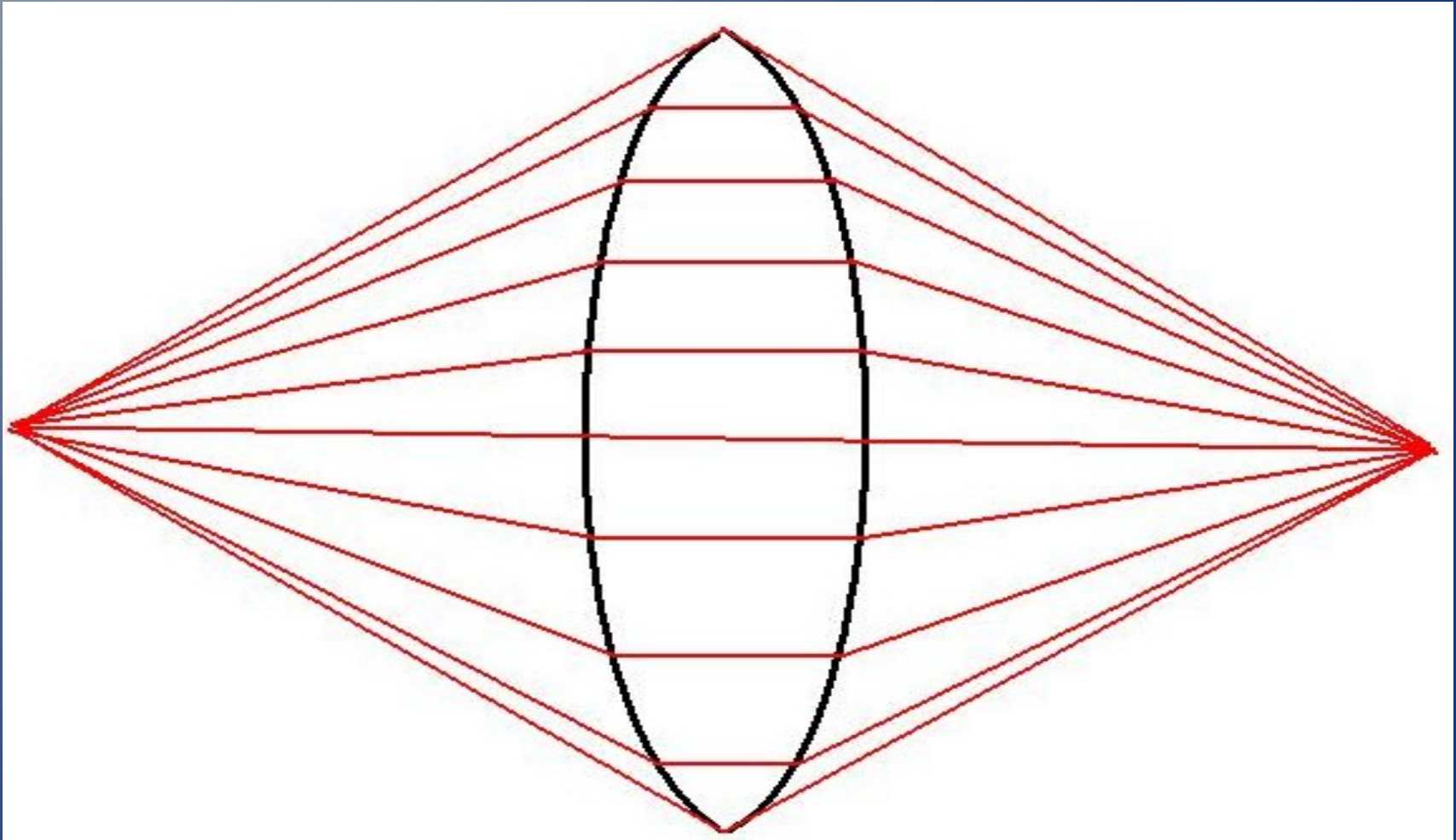


А почему фотон летит по прямой?

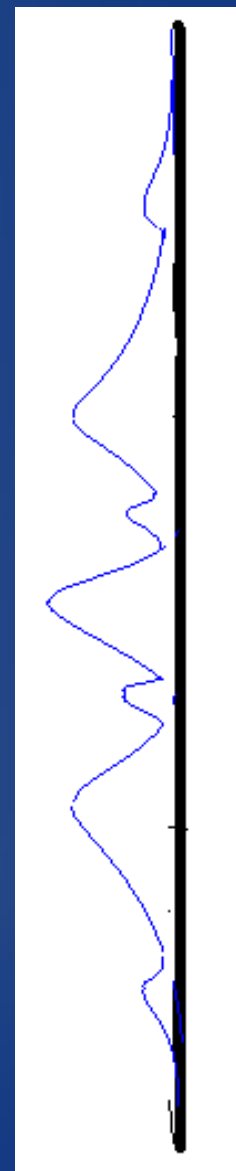
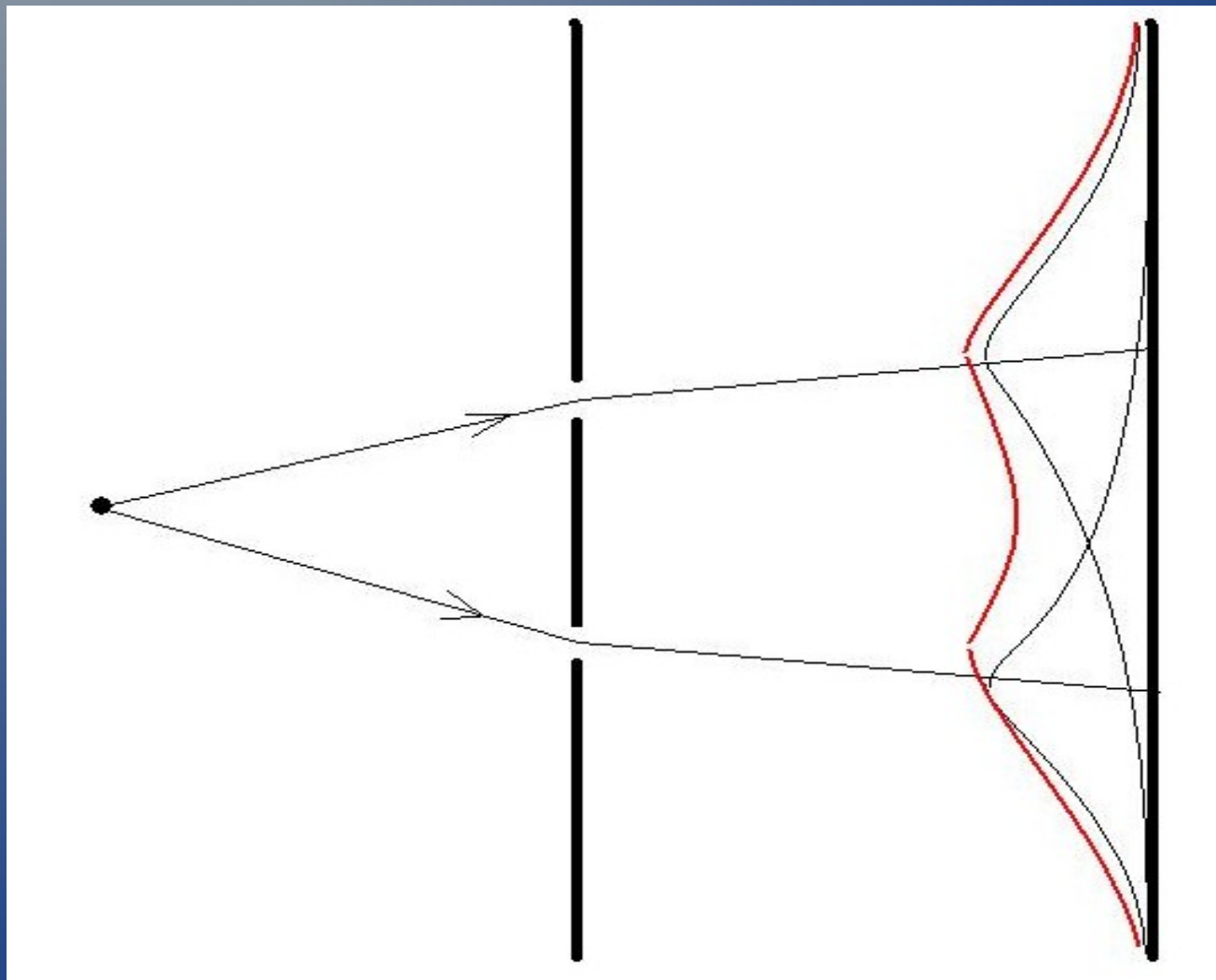
- Это — тоже следствие интерференции стрелок!



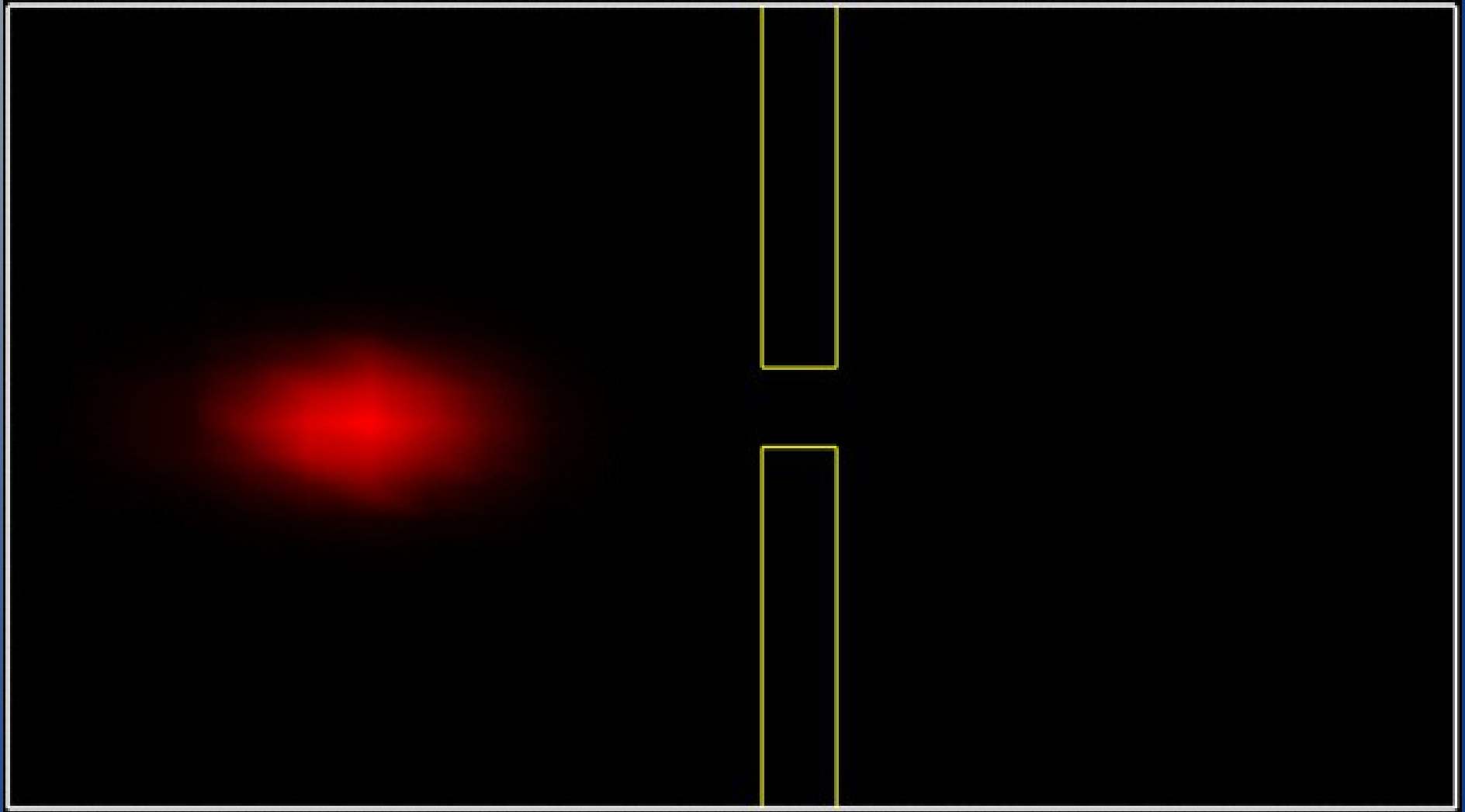
Можно ли "обмануть" фотон?



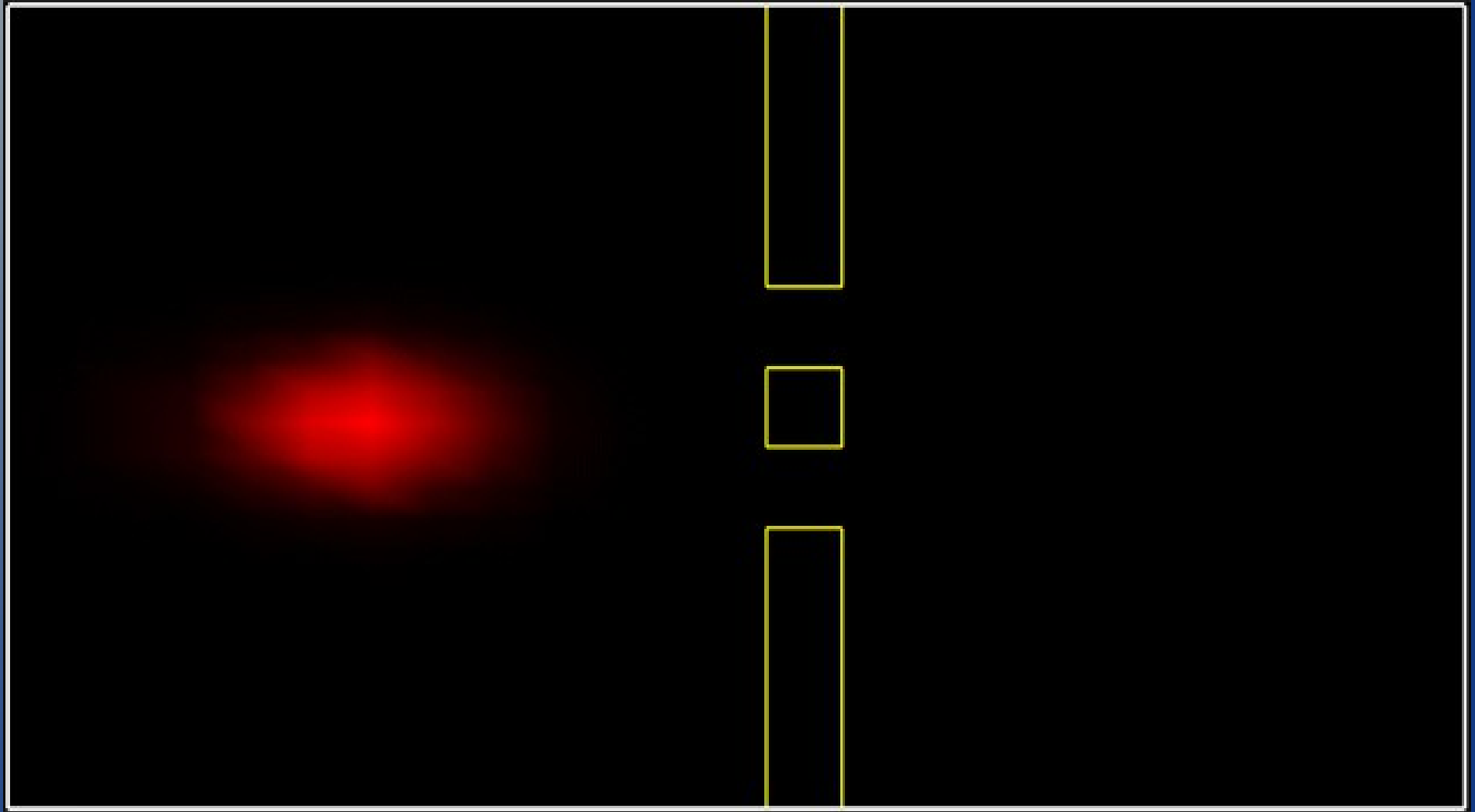
Прхождение частицы через 2 щели



Интерференция на одной щели (дифракция)

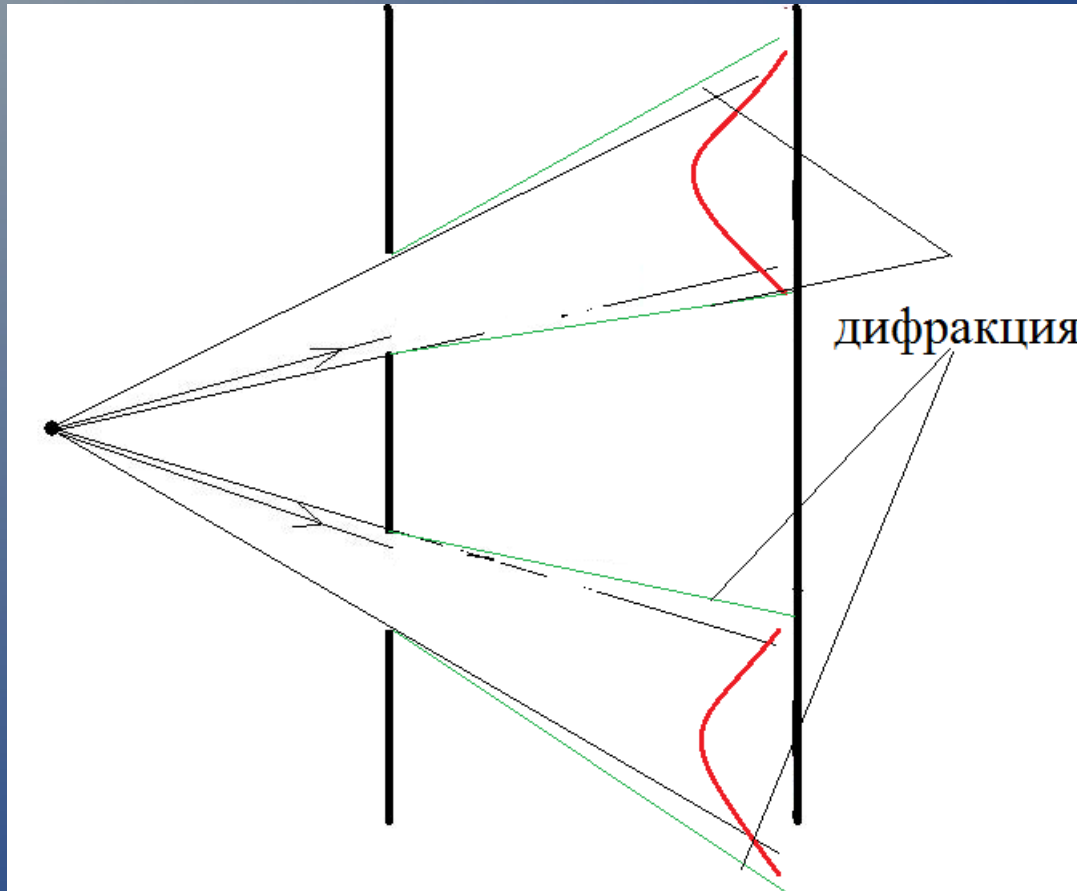


Интерференция на двух щелях



Зависимость от ширины щелей

- Щель широкая – интерференция мала



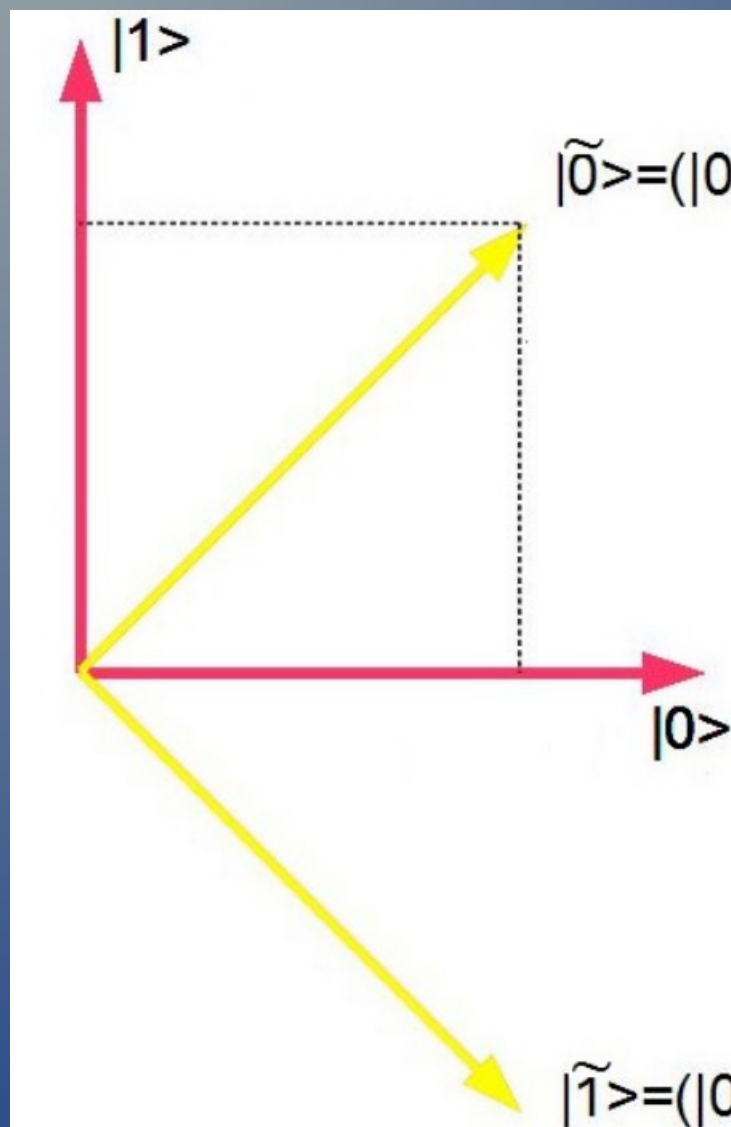
Зависимость от ширины щели



Принцип неопределенности – следствие "свободной воли" экземпляров роя

- $dx dp = h$ – чем точнее известна координата, тем меньше мы знаем об импульсе (Бор, Гейзенберг).

Неопределенность «координата — импульс» для одного кубита



Соотношение
неопределенностей
"координата-импульс"
Бора - Гейзенберга:
красный базис -
координатный, желтый -
импульсный

Дискретность мира

- Пространство и время не являются непрерывными; они дискретны.
- Зерно разрешения Δx имеет физический смысл: от него зависят заряды (и массы!) элементарных частиц.
- Перенормировки — изменение заряда — в зависимости от Δx могут быть сделаны корректно: на экспериментах это не скажется (теорема Боголюбова — Парасюка 1954 г)

Великий закон Природы

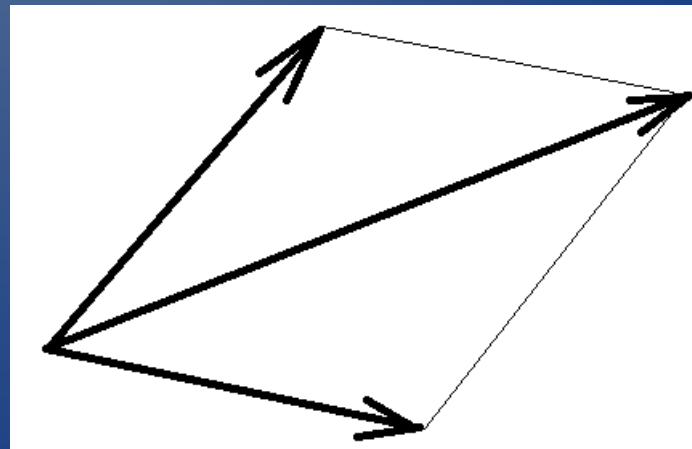
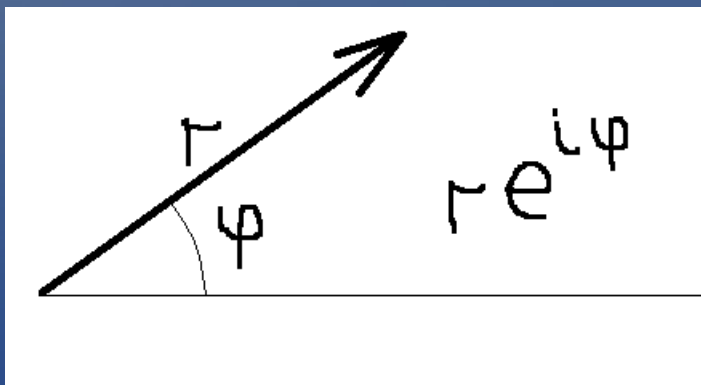
- В каждой клетке пространства — не более одного экземпляра реальной частицы
- Стрелка для каждого экземпляра реальной частицы при движении вдоль своего пути последовательно поворачивается и сжимается.
- Стрелки для разных экземпляров, оказавшиеся в одной клетке пространства, складываются.
- Вероятность частицы попасть в данную клетку есть квадрат длины стрелки.

Вероятностный характер квантовой теории

- У одной, отдельно взятой частицы НЕТ НИКАКОЙ СТРЕЛКИ.
- Стрелка (волновая функция) – это атрибут огромного числа одинаково приготовленных частиц
- Узнать стрелку можно только имея большое количество одинаковых реальных частиц, например, атомов водорода.

Стрелки как комплексные числа

- Стрелка = комплексное число
- Поворот стрелки на угол φ и сжатие в r раз = умножение на комплексное число $r e^{i\varphi}$.
- Сложение стрелок = сложение комплексных чисел.
- Все алгебраические правила справедливы и для комплексных чисел (там нет только отношения порядка).

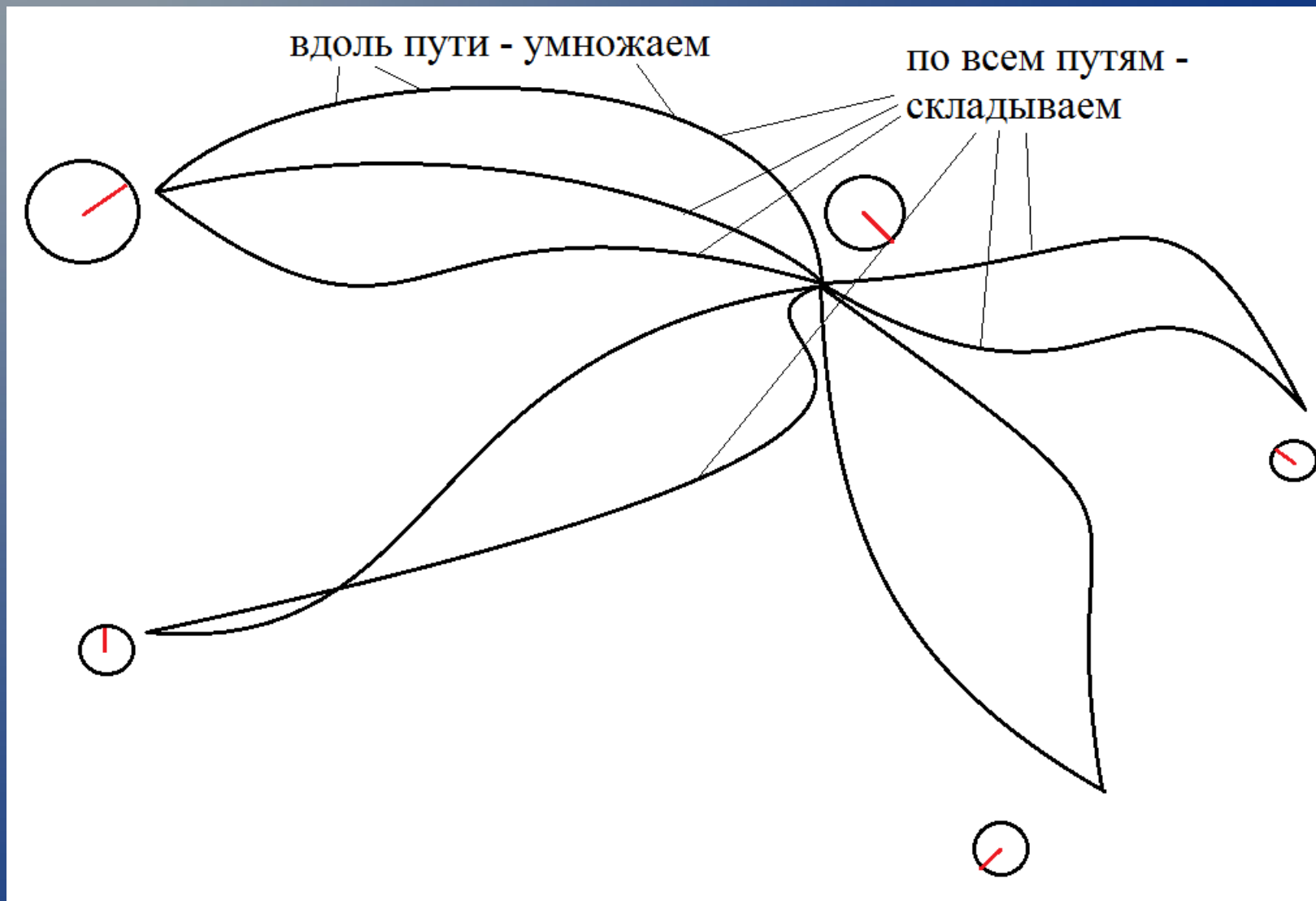


Великий закон Природы

- Состояние частицы = распределение амплитуд ее нахождения в разных точках – это называется волновой функцией или Ψ – функцией.
- Амплитуды вдоль одного пути перемножаются (последовательные сжатия и повороты стрелки)
- Амплитуды вдоль всевозможных путей, ведущих в одну точку, складываются

Это называют принципом интерференции или принципом суперпозиции

Великий закон Природы



Оптические явления: Fata Morgana



Оптические явления: Fata Morgana



Оптические явления: Fata Morgana

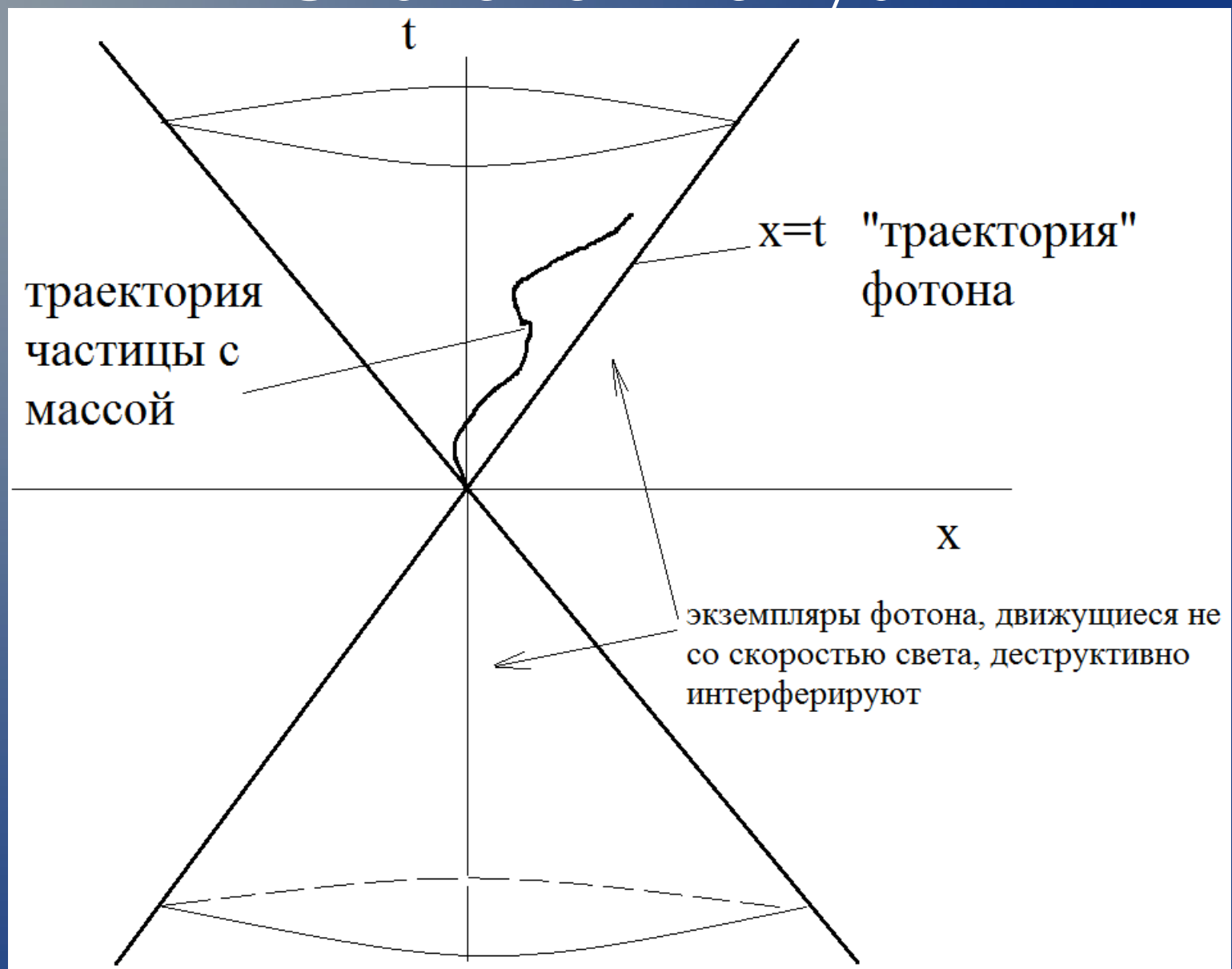


Shawn Malone/Lake SuperiorPhoto.com

Оптические явления: Fata Morgana



Световой конус



Переход фотона из точки в точку в пространстве-времени

- $P(A \rightarrow B) = 1/I$, где
- $I = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2 - (t_A - t_B)^2$ — квази-расстояние в пространстве-времени.

(скорость света $c=1$)

- $1/I$ обращается в бесконечность на поверхности светового конуса!
- Причина в том, что мы предполагаем пространство непрерывным: надо ввести зерно разрешения d по пространству, чтобы устранить особенность в нуле.

Вопрос

В книгах по квантовой электродинамике приводится другое выражение для амплитуды перехода фотона:

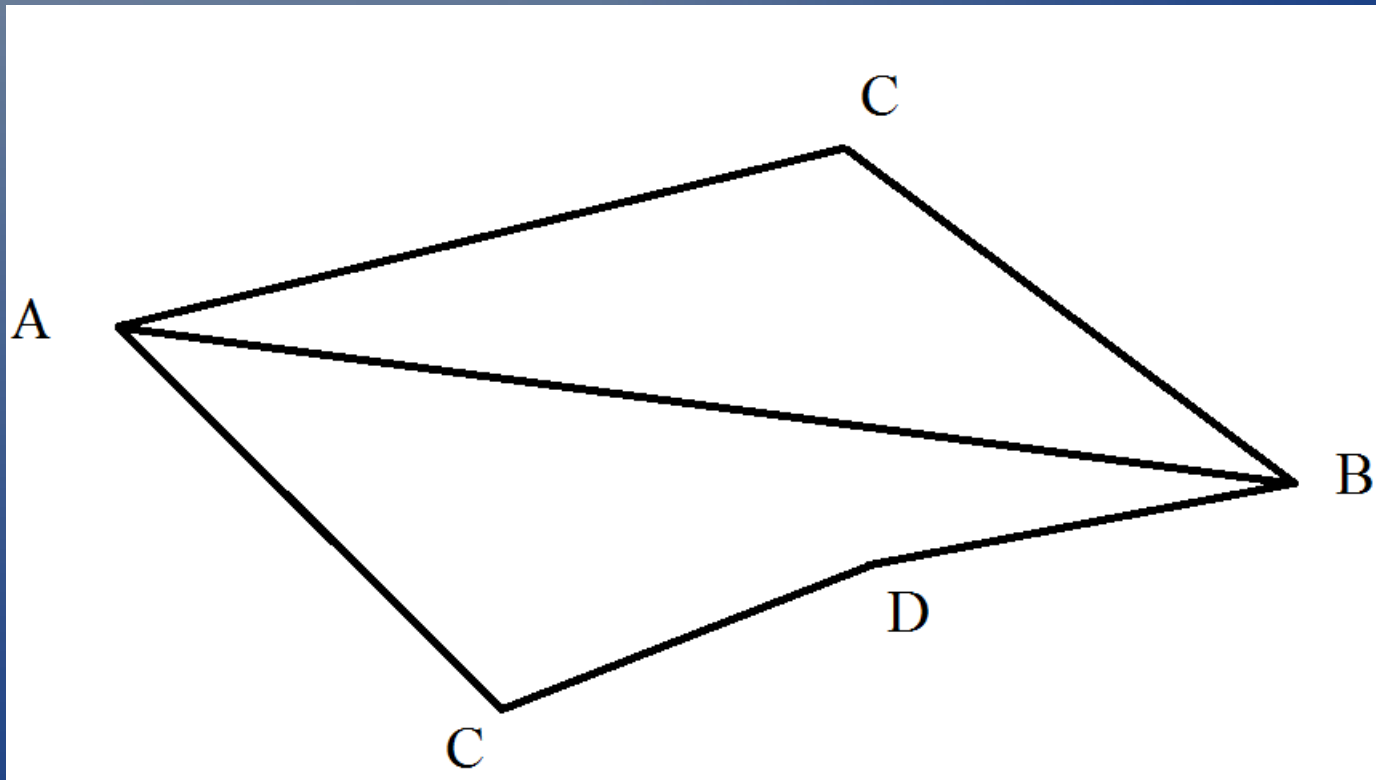
$$1/p^2$$

Где p импульс фотона $p = \hbar \omega / c$.

Нет ли здесь противоречия?

Амплитуда перехода электрона

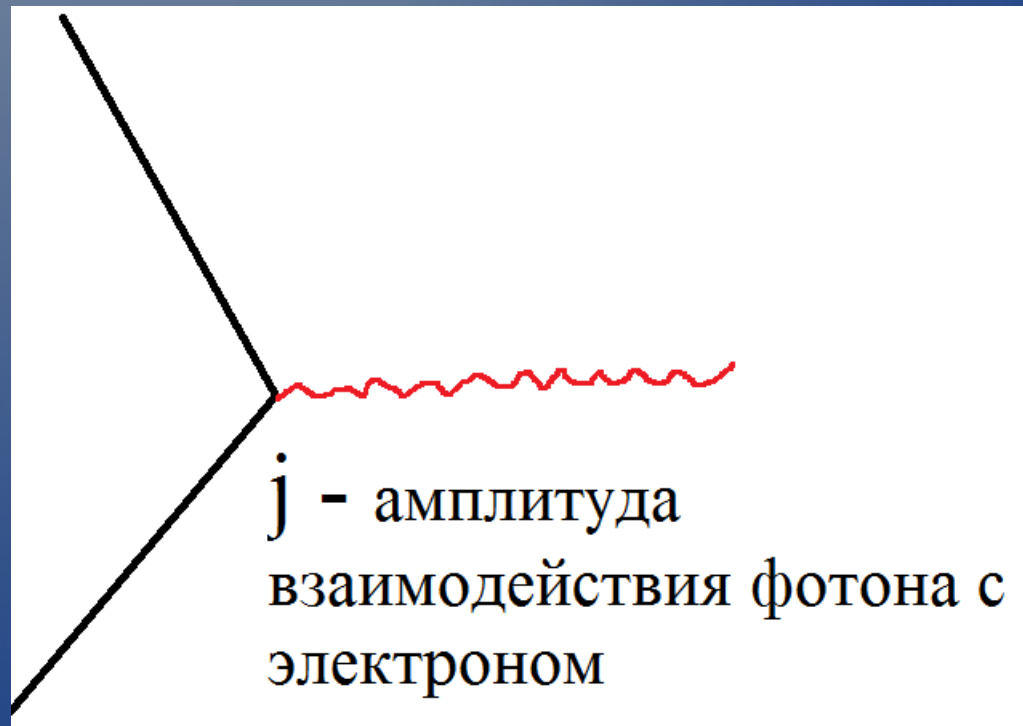
- $E(A \rightarrow B) = P(A \rightarrow B) + \sum_C P(A \rightarrow C) v^2 P(C \rightarrow B) + \sum_{C,D} P(A \rightarrow C) v^2 P(C \rightarrow D) v^2 P(D \rightarrow B) + \dots$



Взаимодействие электрона с фотоном

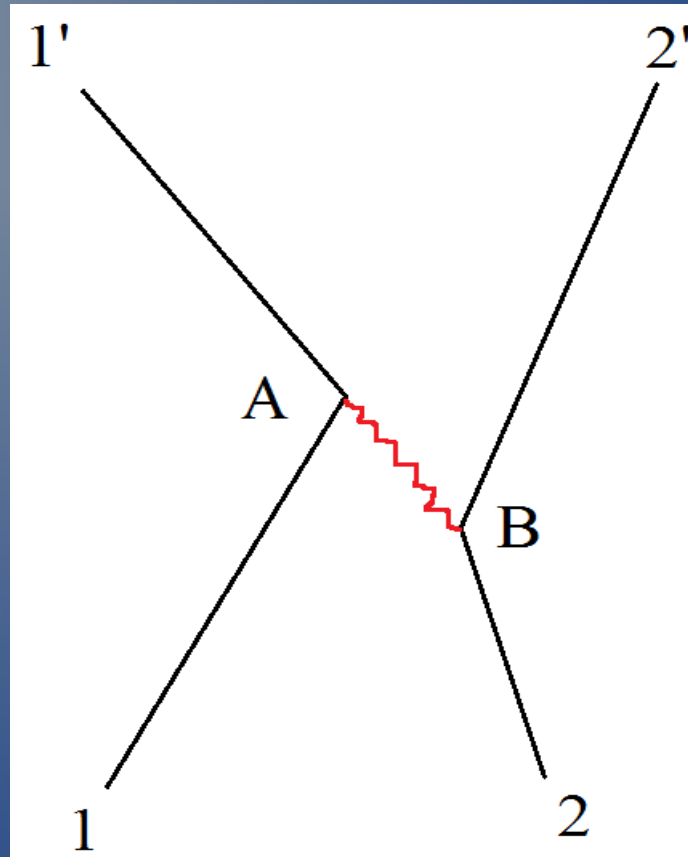
m — масса “голого” электрона

e — заряд “голого” электрона



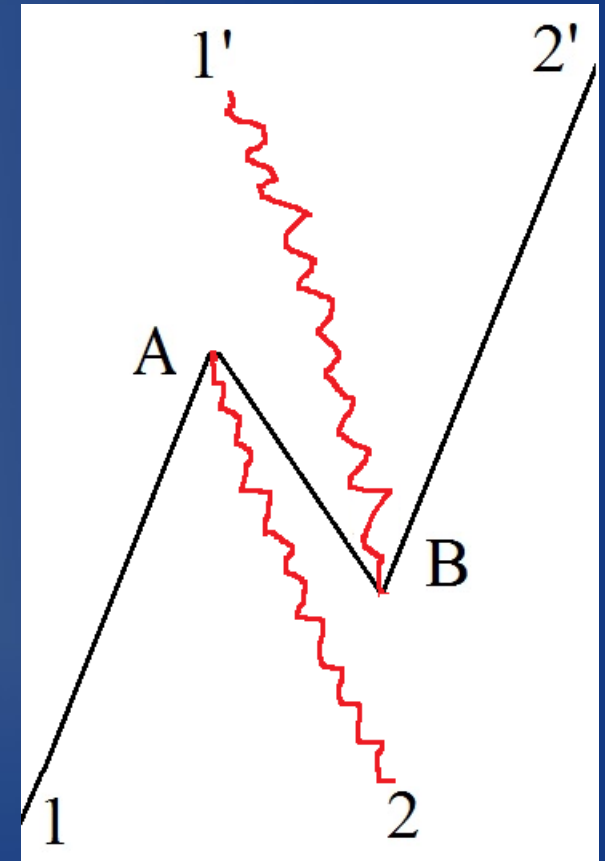
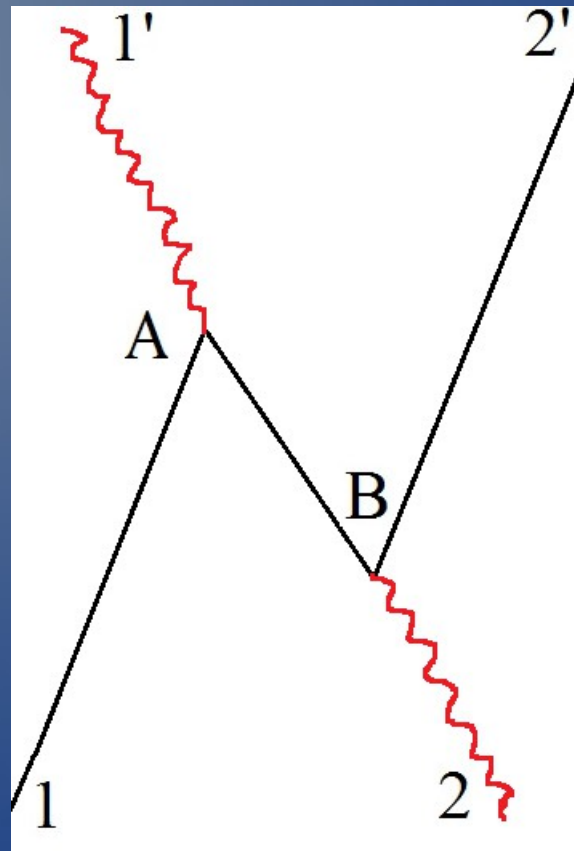
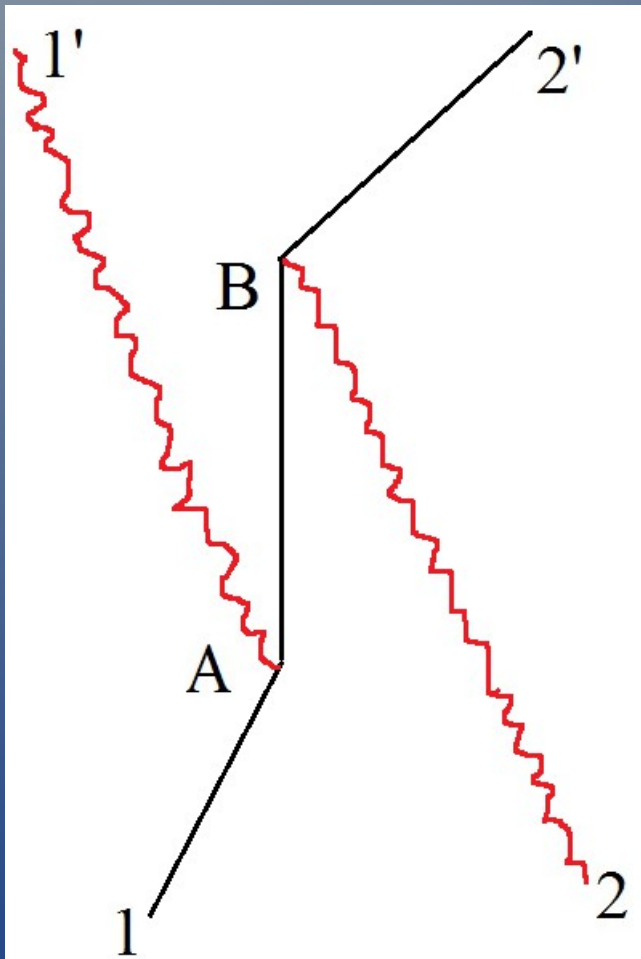
Диаграммы Фейнмана

- Амплитуда диаграммы есть произведение амплитуд всех ее частей:

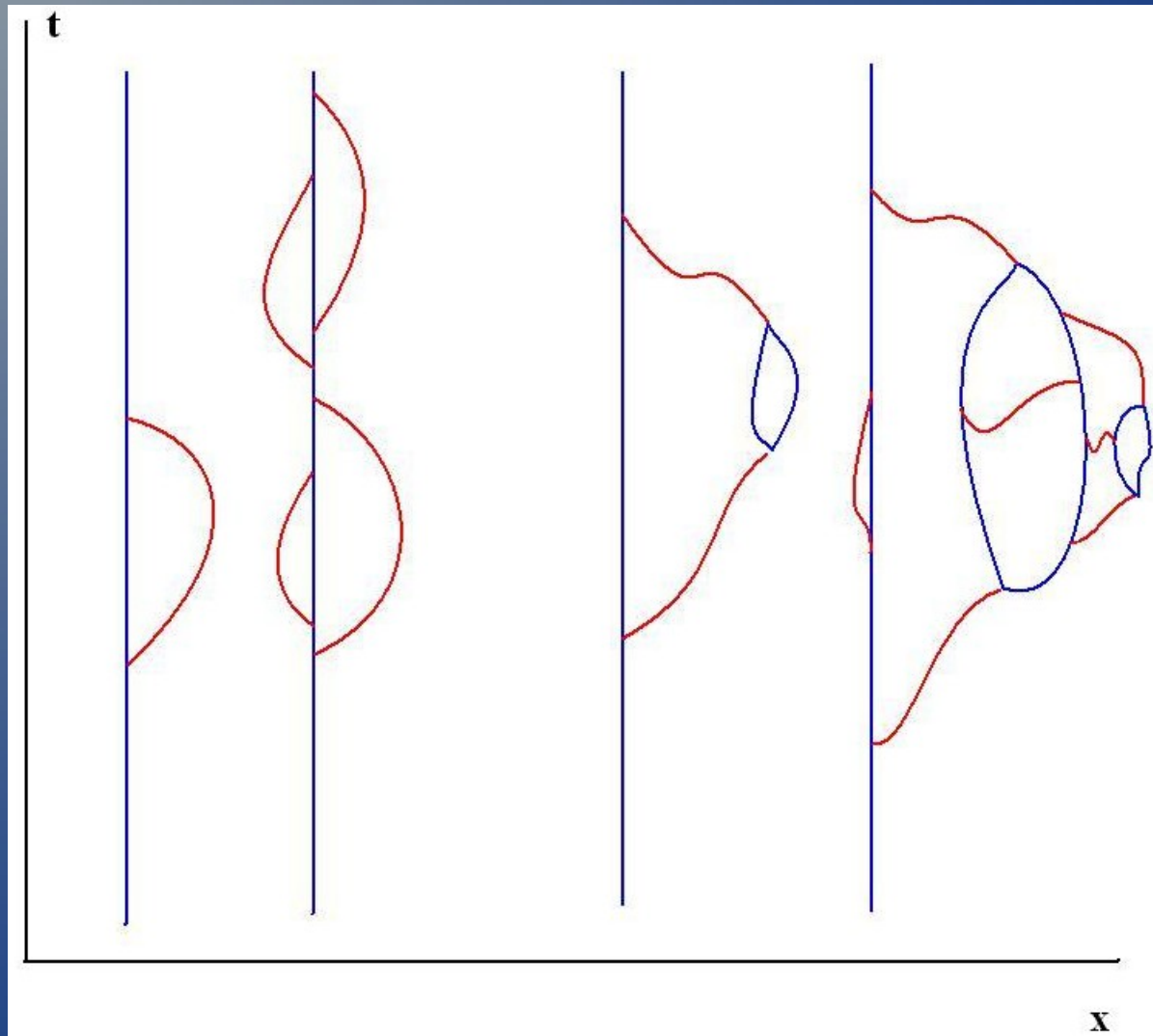


- $P(A \rightarrow B)E(1 \rightarrow A)E(A \rightarrow 1')E(2 \rightarrow B)E(B \rightarrow 2')jj$

В диаграммах время может течь вспять, а энергия должна сохраняться только во всей диаграмме, но не в каждой ее части.

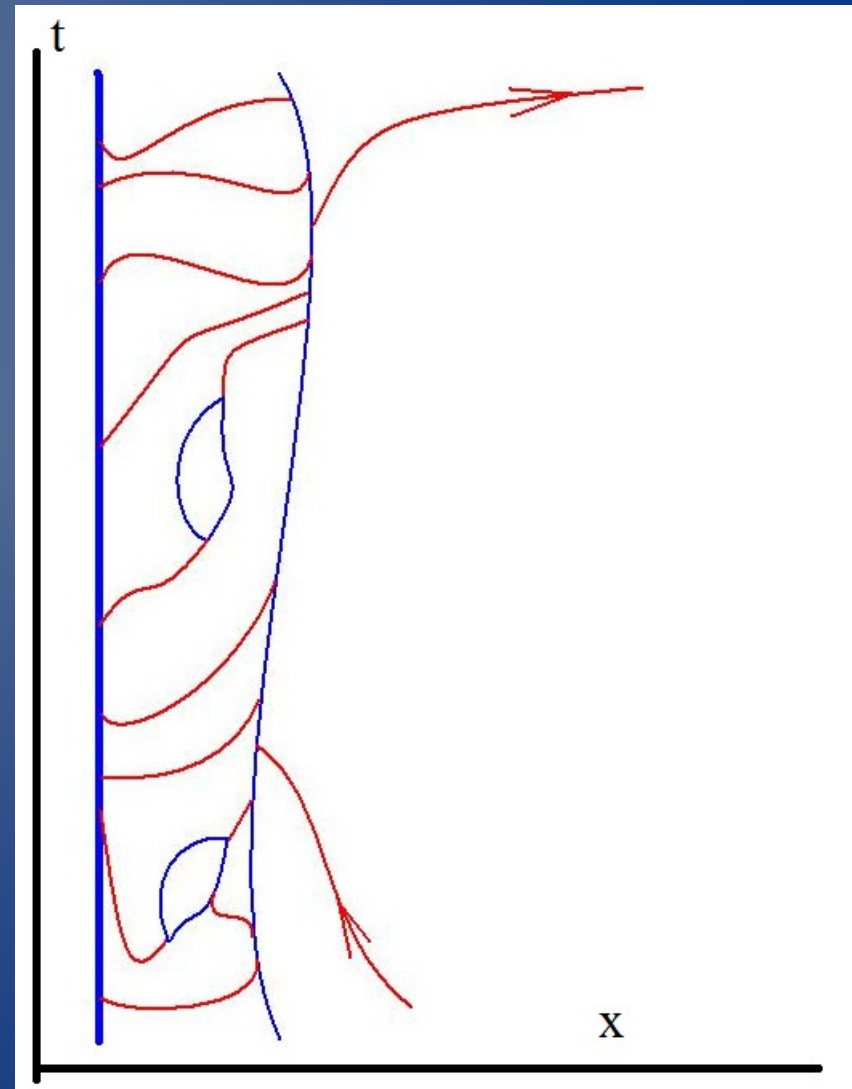


Реальный электрон — всегда "одет" в облако из виртуальных частиц



Каждый шаг в "пути" сложной системы — фейнмановская диаграмма

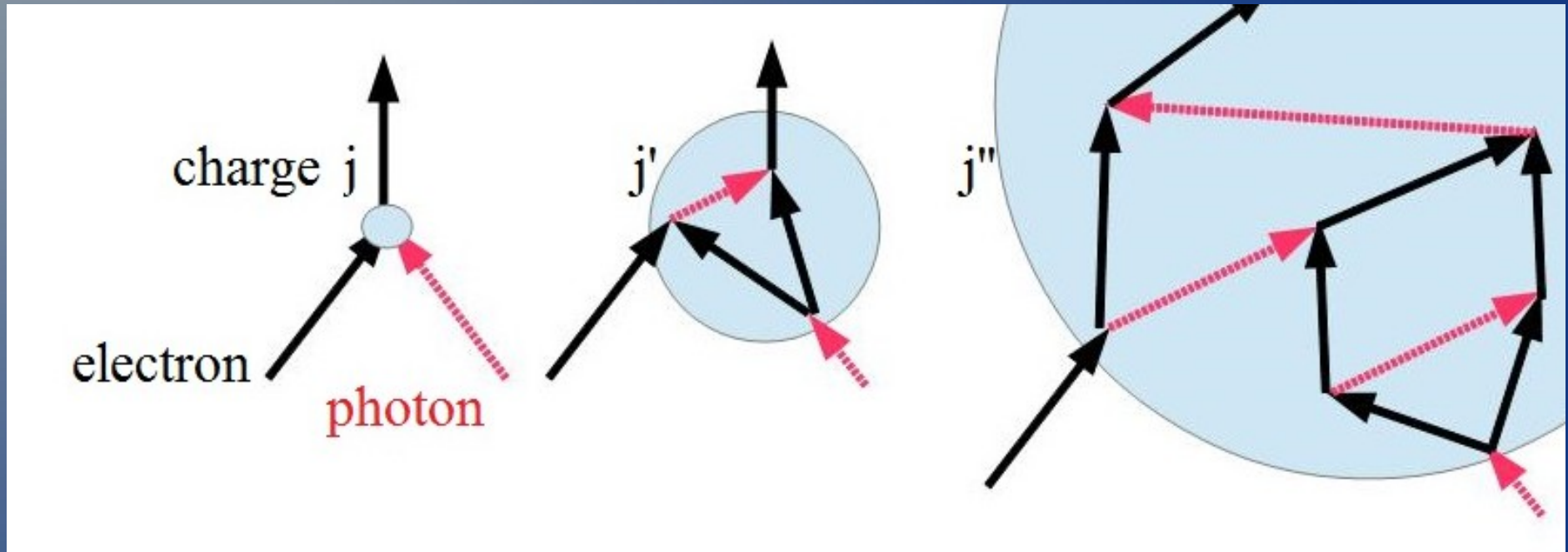
- Рассеяние фотона атомом водорода



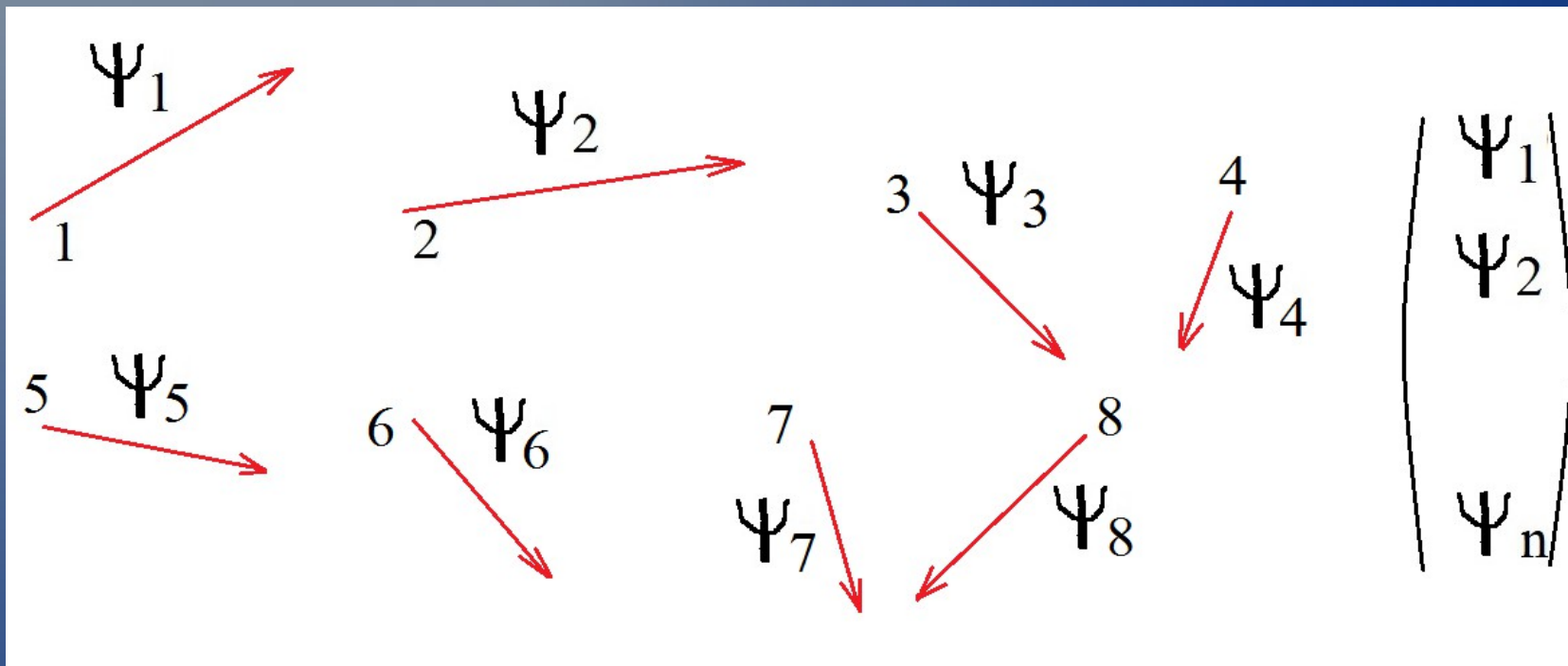
Квантовая электродинамика способна дать
ответ с точностью около десяти знаков после
запятой

- Задаем значение зерна d пространственного разрешения.
- Подбираем массу и заряд v и j "голого" электрона, вычисляем вероятности процесса и сравниваем с экспериментом.
- Бете, Вайскопф (1949): при уменьшении d параметры v и j изменятся, но амплитуды — только уточнятся!
- Фейнман, Швингер, Томонага: вычисления фундаментальных процессов и характеристик элементарных частиц с помощью КЭД.

Необходимость перенормировки зарядов



Состояние роя как столбец амплитуд



Почему целое не есть сумма частей

- Если учитывать только состояния отдельных частиц, то экспоненты не будет.
- Но не будет и главного квантового явления: запутанных состояний!
- Запутанность состояния Ψ двух частиц означает, что Ψ нельзя представить как произведение состояний первой и второй частиц: $\Psi = \Psi_1 \Psi_2$. Например, пусть каждая частица может находиться только в двух точках: 0 (состояние $|0\rangle$) и 1 (состояние $|1\rangle$).

Тогда состояния вида $|00\rangle$ или вида $|11\rangle$ или вида

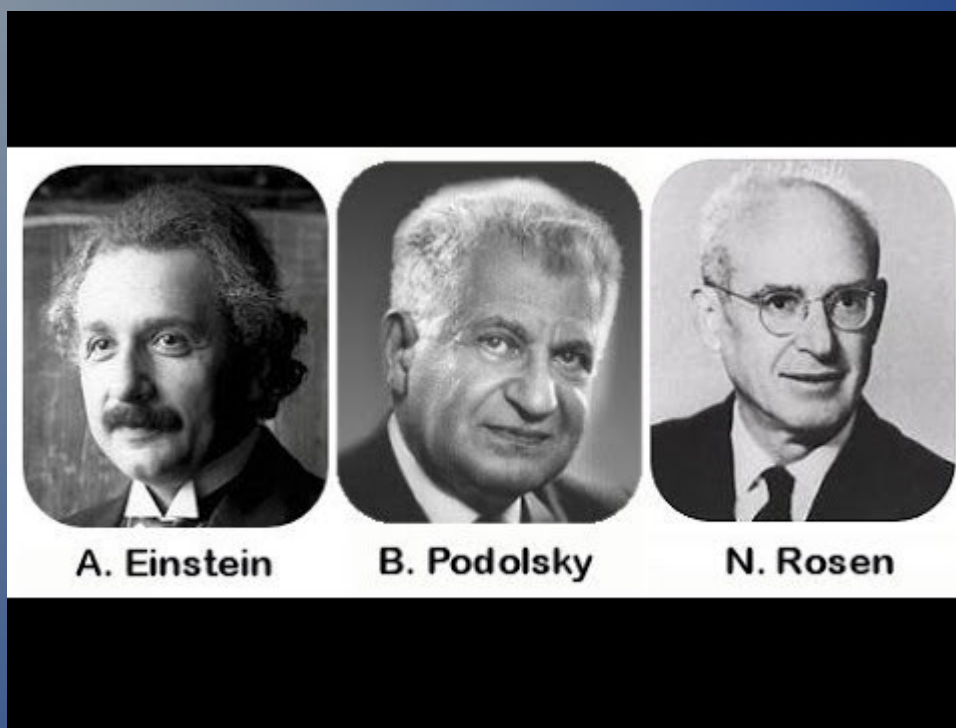
$(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle)/2$ будут не запутанными, потому что они раскладываются в произведение одно-частичных (например, последнее есть $(|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2} (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$).

- А состояние $(|00\rangle + |11\rangle)/\sqrt{2}$ - будет запутанным!

Квантовая запутанность — особый физический феномен

- Его регистрируют в экспериментах
- Запутанность означает корреляцию в поведении нескольких частиц, зависящую от их окружения.
- Частицы, находящиеся за сотни километров друг от друга, могут быть в запутанном состоянии.
- Запутанность невозможно воспроизвести, снабжая частицы внутренней памятью.
- Запутанность означает наличие внутренней связи между удаленными объектами, которая обладает практически мгновенным действием. Ее невозможно воспроизвести в рамках классической физики.
- Запутанность означает нелокальность мира.
- Мы не можем использовать запутанность для передачи задуманной нами информации со сверхсветовой скоростью. Природа удивительным образом согласована!

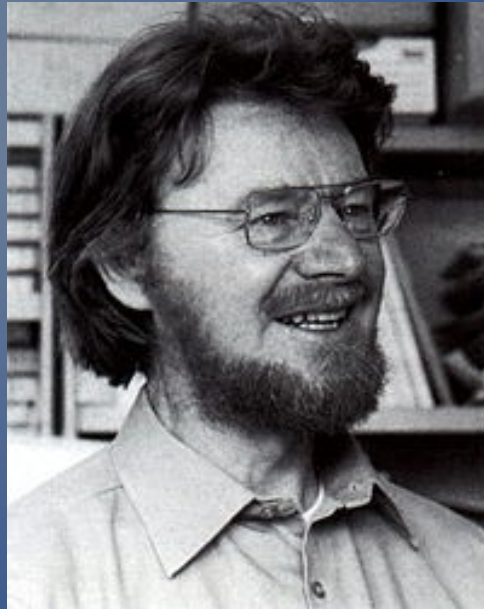
ЭПР - парадокс



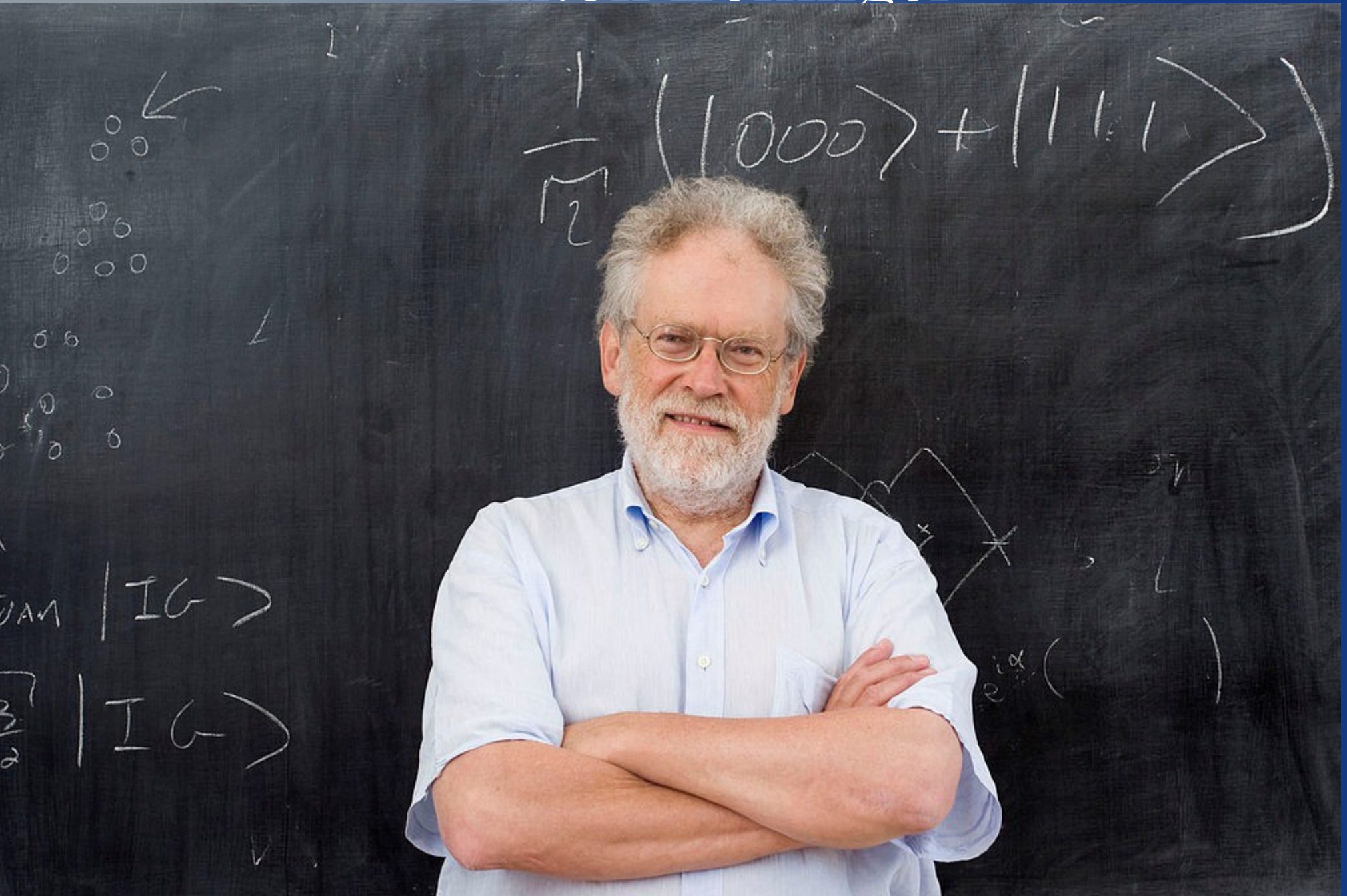
- В состоянии $(|00\rangle + |11\rangle)/\sqrt{2}$

частицы не обладают отдельными друг от друга состояниями: у них есть только одно — общее.

Эксперимент Белла, доказывающий квантовую нелокальность



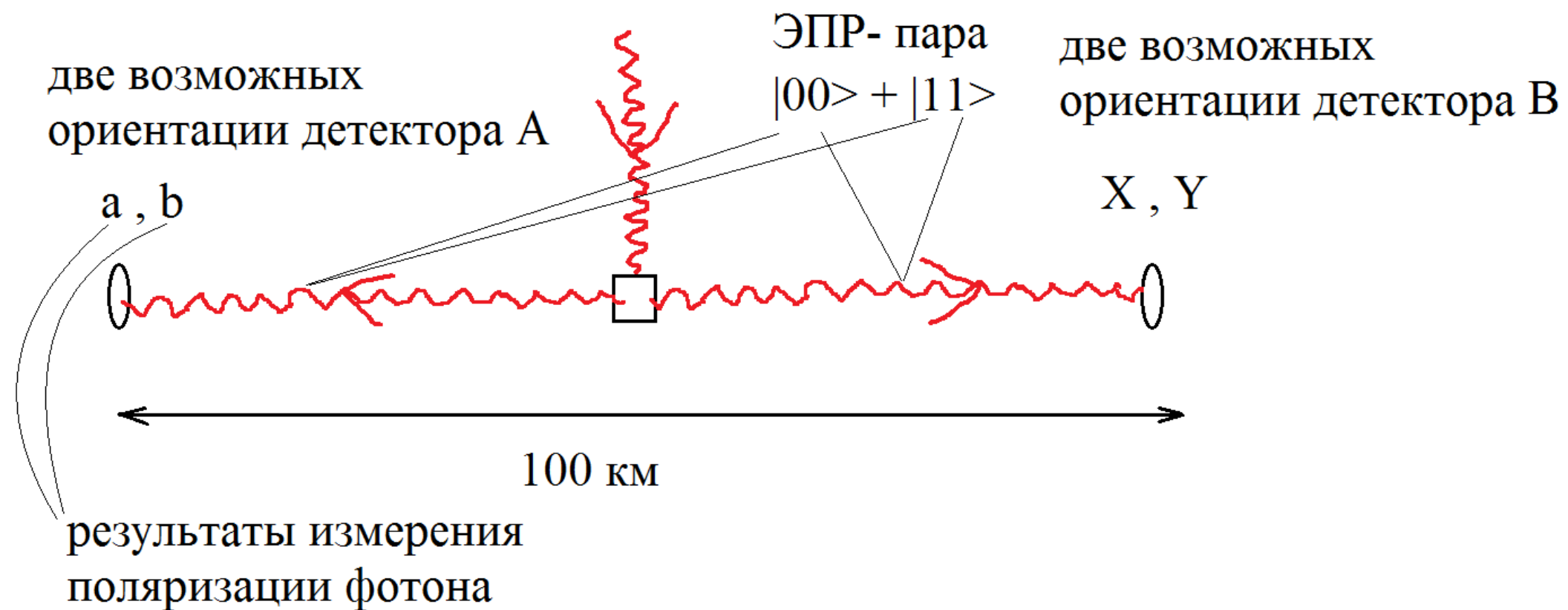
Anton Zeilinger



Alain Aspect



Квантовая нелокальность



- Выбор Алисы

- $a = \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

- $b = \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

- Выбор Боба

- $X = (\sigma_x + \sigma_z) / \sqrt{2}$

- $Y = (\sigma_x - \sigma_z) / \sqrt{2}$

Регистрация нелокальности

- Среднее значение величины

$aX + bX + aY - bY$ не может быть больше 2 (неравенство Белла),
потому что эта величина есть

$X(a+b) + Y(a-b)$ и одна из скобок = 0

$(X, Y, a \text{ и } b = \pm 1)$.

- Ее измерение дает $2\sqrt{2}$ в точном соответствии с квантовым расчетом!

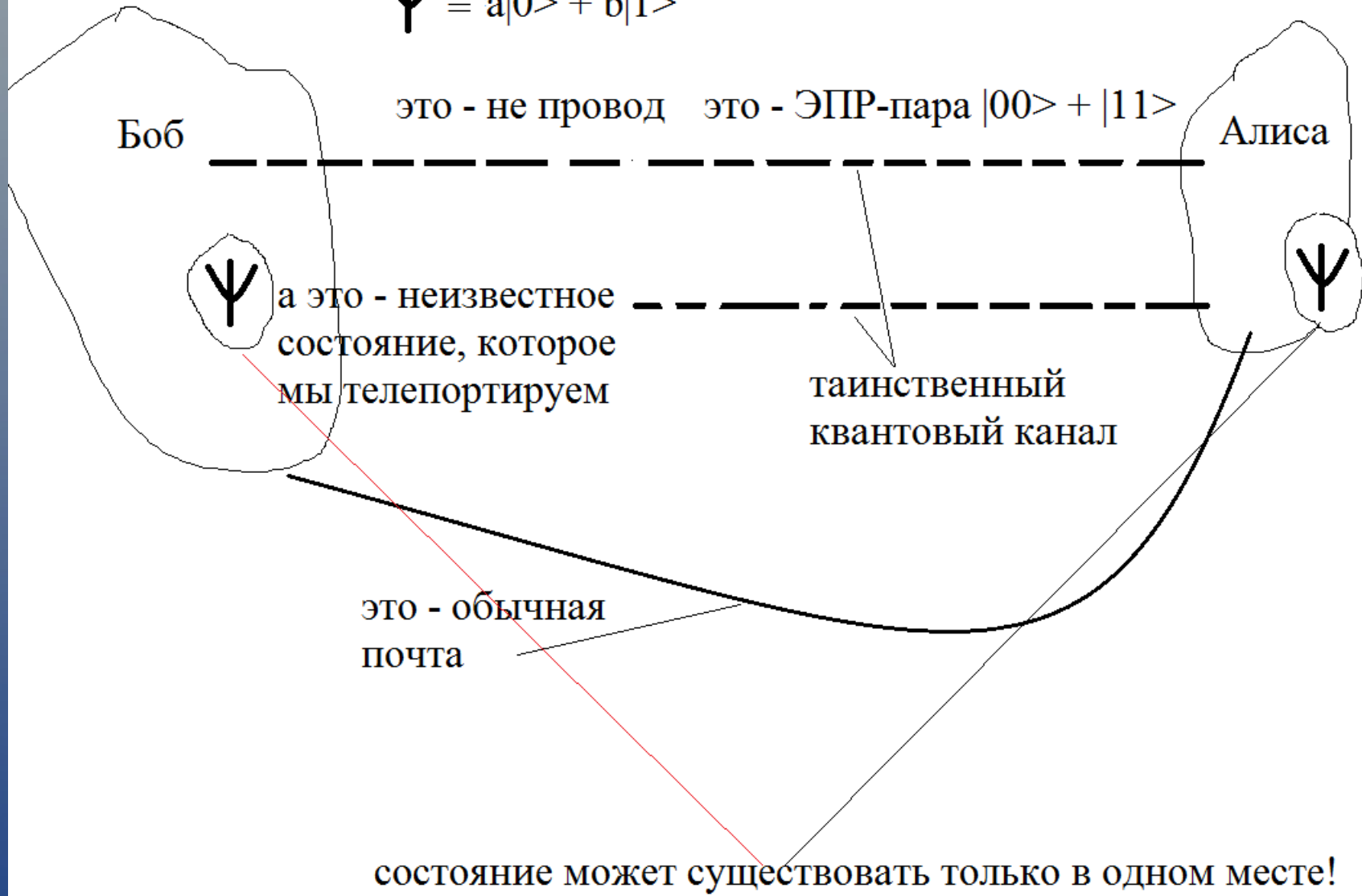
- Вывод: величина в действительности есть

$$aX + bX + a'Y - b'Y$$

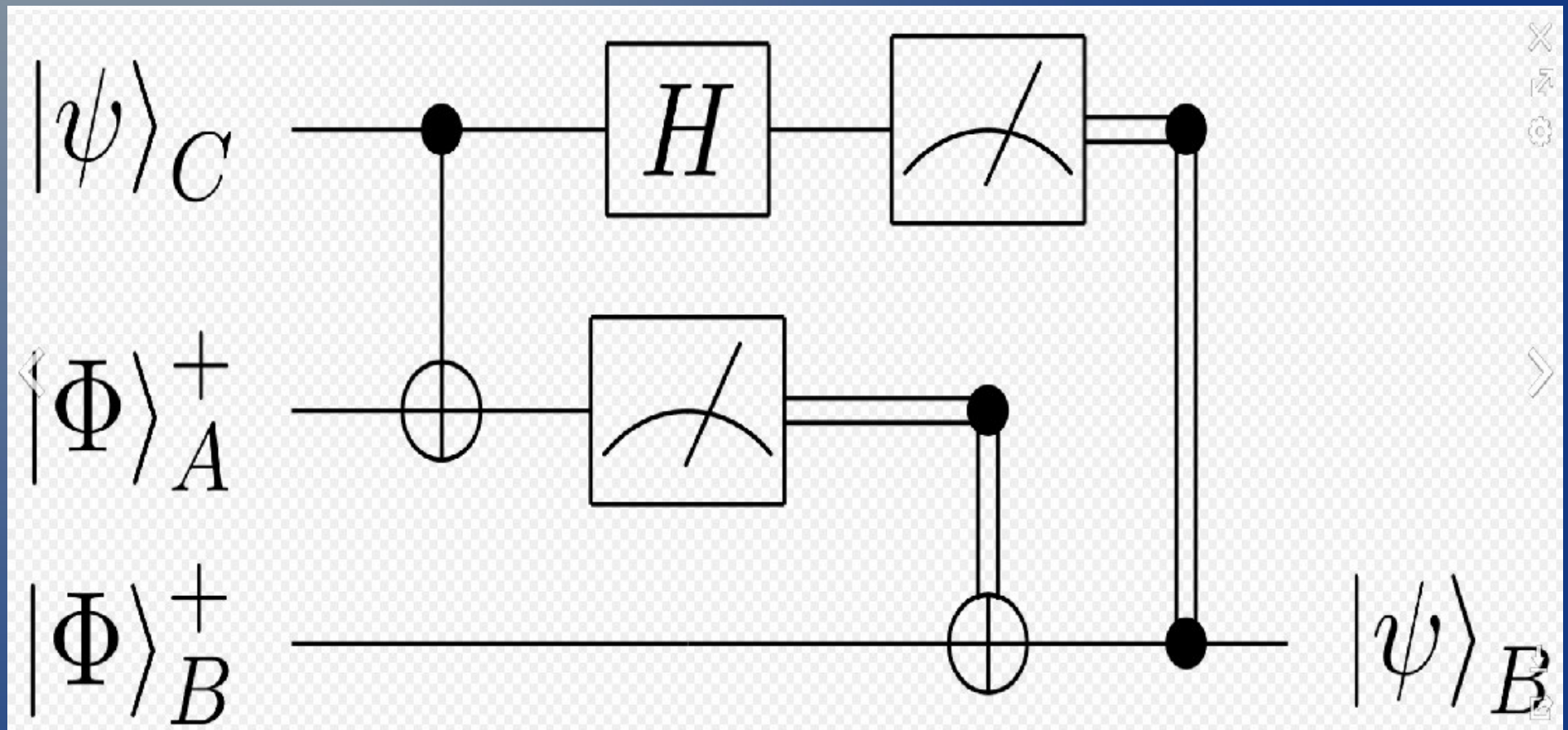
детектор А (или фотон ?) как-то "узнает" об ориентации детектора В!

- Это "узнавание" происходит мгновенно, а не распространяется со скоростью света, как фотон!

$$\Psi = a|0\rangle + b|1\rangle$$



Телепортация



$$(0_A 0_B + 1_A 1_B)(\lambda 0_C + \mu 1_C) =$$

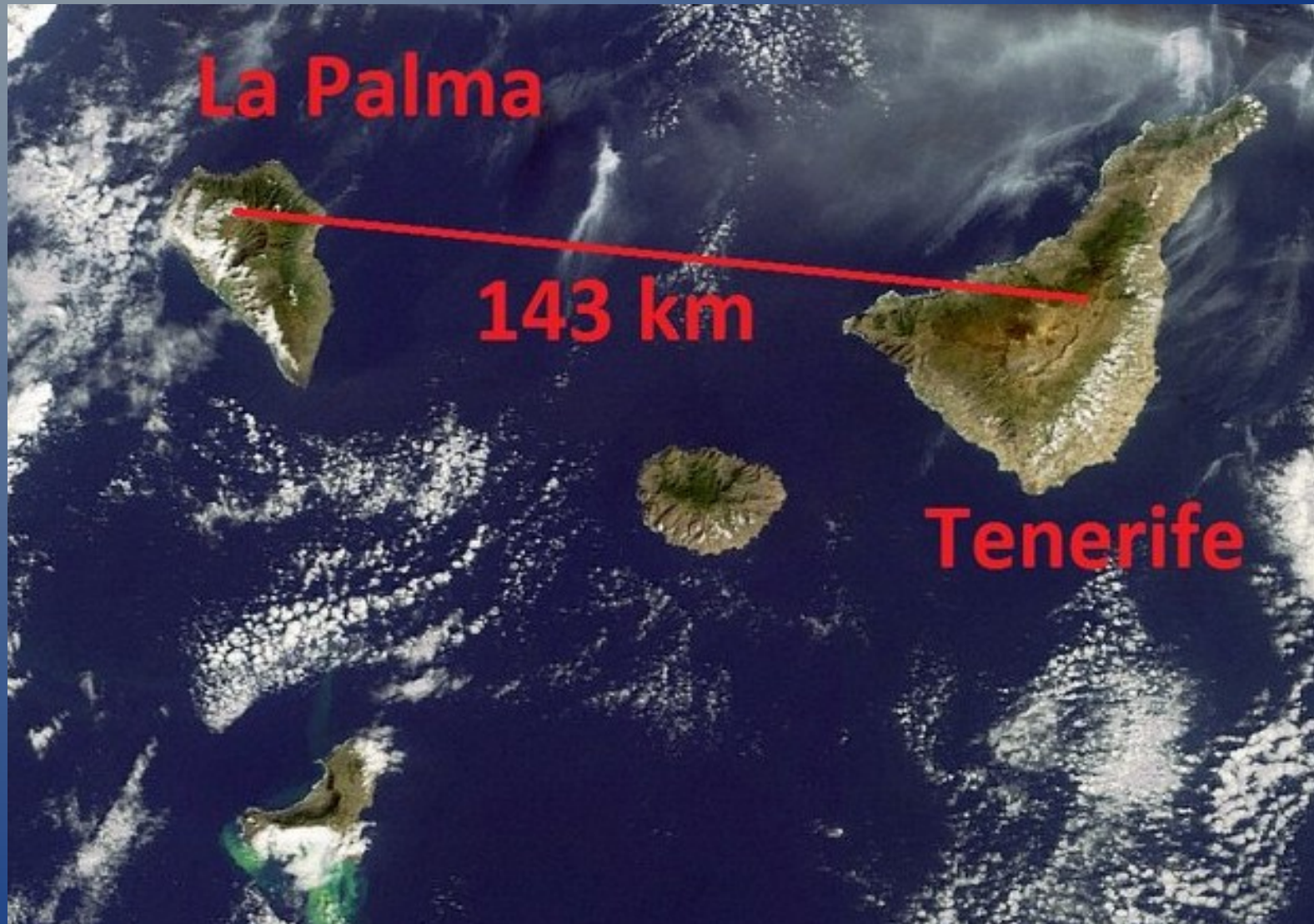
$$= \lambda 000 + \lambda 110 + \mu 001 + \mu 111 \xrightarrow{\text{CNOT}}$$

$$\rightarrow \lambda 000 + \lambda 110 + \mu 101 + \mu 011 \xrightarrow{H_C}$$

$$\rightarrow \lambda 00(0+1) + \lambda 11(0+1) + \mu 10(0-1) + \mu 01(0-1)$$

$$= \underbrace{\lambda 000}_{0_A 0_C} + \underbrace{\lambda 001}_{0_A 1_C} + \lambda 110 + \lambda 111 + \mu 100 - \underbrace{\mu 101}_{0_A 1_C} + \underbrace{\mu 010}_{0_A 0_C} - \underbrace{\mu 011}_{0_A 1_C}$$

Телепортация между островами в Атлантике



Recent result

- Entanglement at room temperature



Science 2 December 2011:
Vol. 334 no. 6060 pp. 1253-1256
DOI: 10.1126/science.1211914

[< Prev](#) | [Table of Contents](#) | [Next >](#)



[Read Full Text to Comment \(0\)](#)

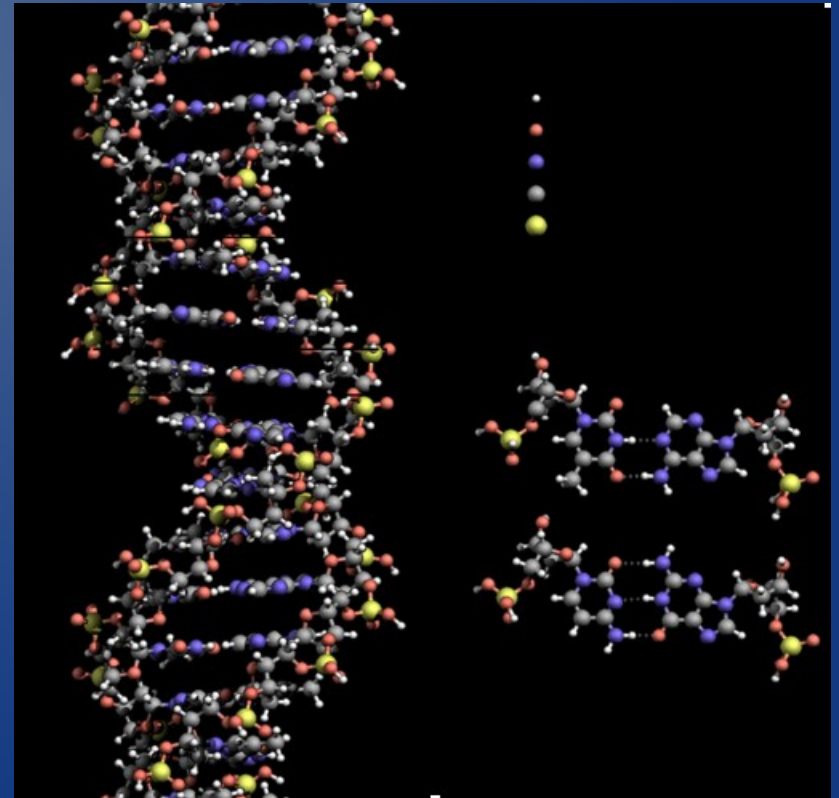
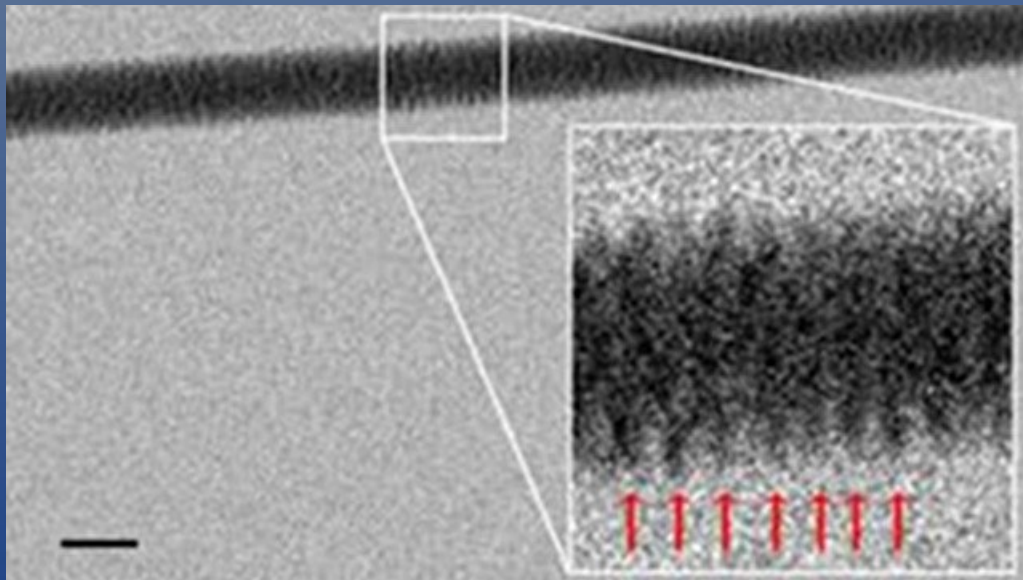
REPORT

Entangling Macroscopic Diamonds at Room Temperature

K. C. Lee^{1,*}, M. R. Sprague^{1,*}, B. J. Sussman², J. Nunn¹, N. K. Langford¹, X.-M. Jin^{1,3}, T. Champion¹, P. Michelberger¹,
K. F. Reim¹, D. England¹, D. Jaksch^{1,3}, I. A. Walmsley^{1,†}

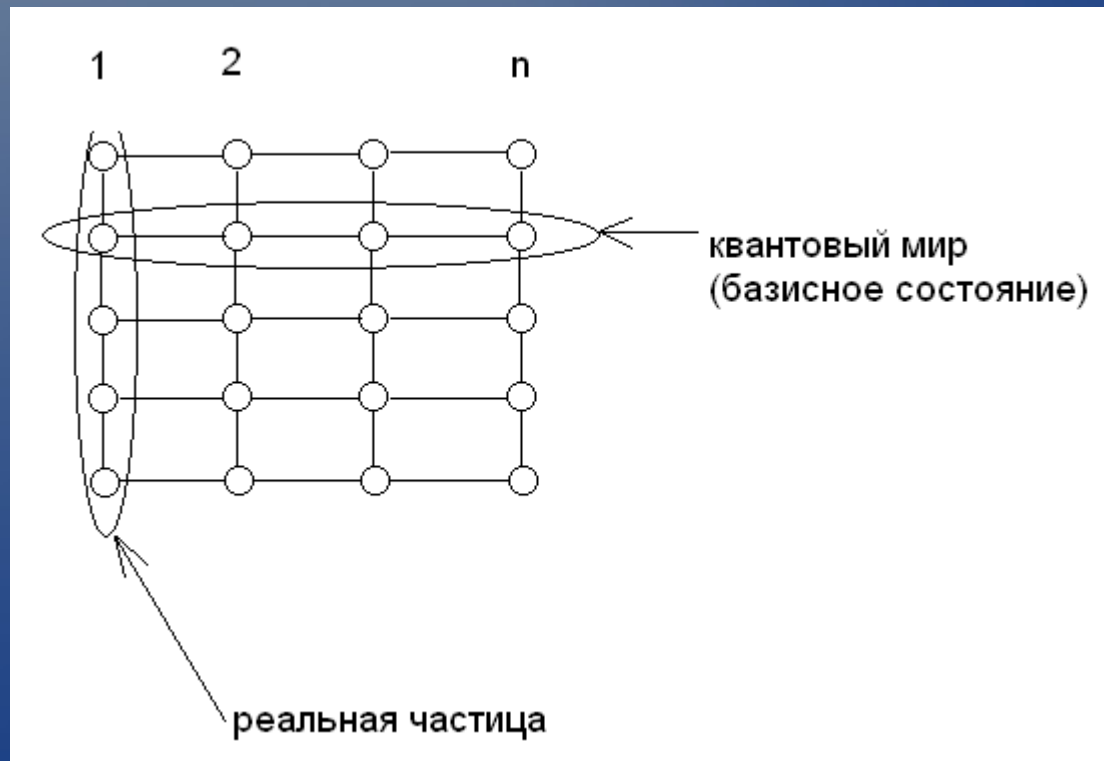
Гильбертово пространство квантовых состояний – физическая реальность!

- Никакой классический компьютер не сможет оперировать с такими состояниями.
- Экспоненциальный рост требуемых вычислительных ресурсов – непреодолимое препятствие для классических вычислений.



Великий закон Природы для сложных систем: как его применять?

- Реальная частица = система многих частиц
- Рой экземпляров = всевозможные пространственные расположения системы



Принцип интерференции: как его применять практически?

- Критически важно изолировать систему от окружения.
- Но как тогда ей управлять?
- Контакт с окружением не должен приводить к включению окружения в рассматриваемую систему!

В сложной системе интерференция миров невероятна



Упорядоченность системы ведет к повышению вероятности встречи миров

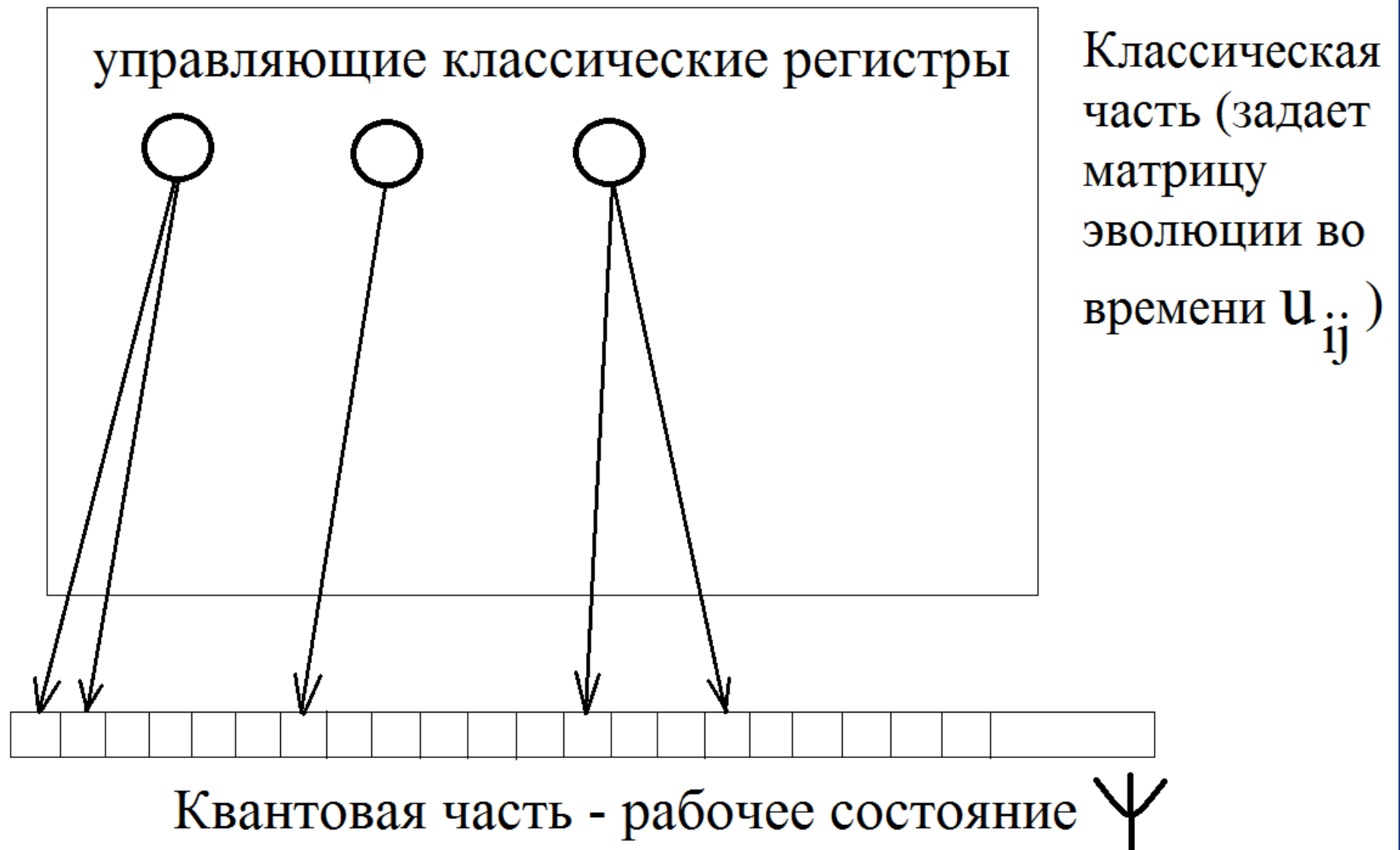




Надо создать квантовый компьютер!

- Запутанные состояния реальны, их нельзя игнорировать.
- Надо моделировать полную Ψ – функцию всей системы n частиц.
- Для этого не хватит памяти никакого суперкомпьютера.
- Заставим работать саму квантовую механику!
- Создадим квантовый компьютер: квантовое устройство под классическим управлением (Р.Фейнман)

Схема квантового компьютера



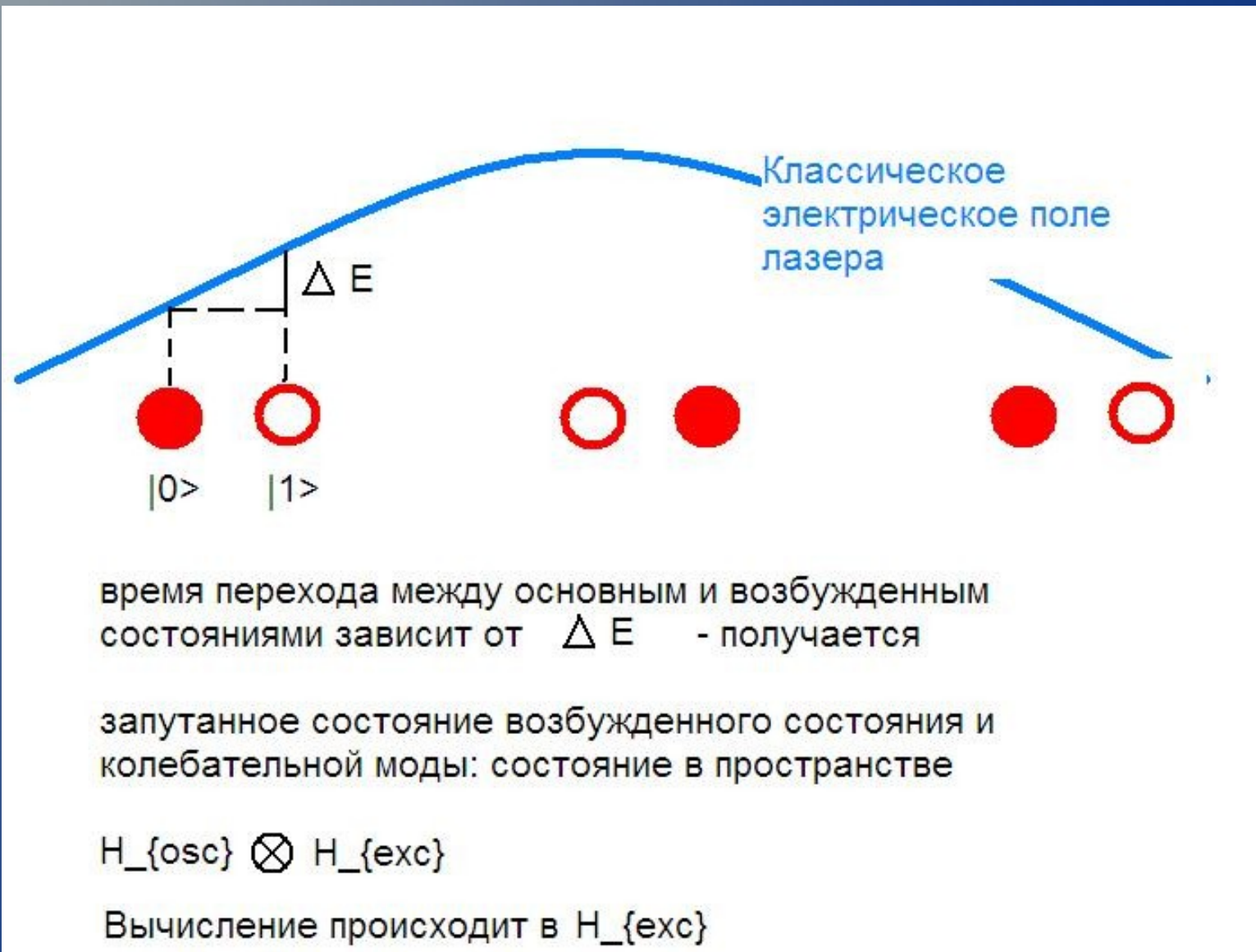
Технологии квантового компьютера

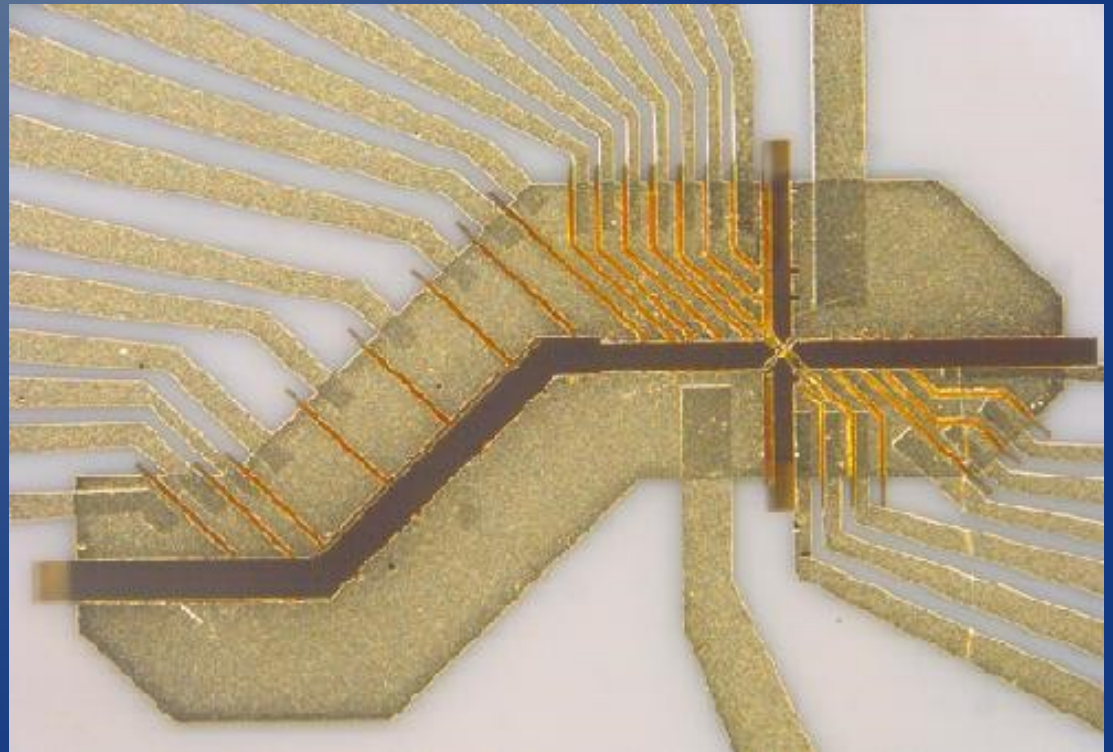
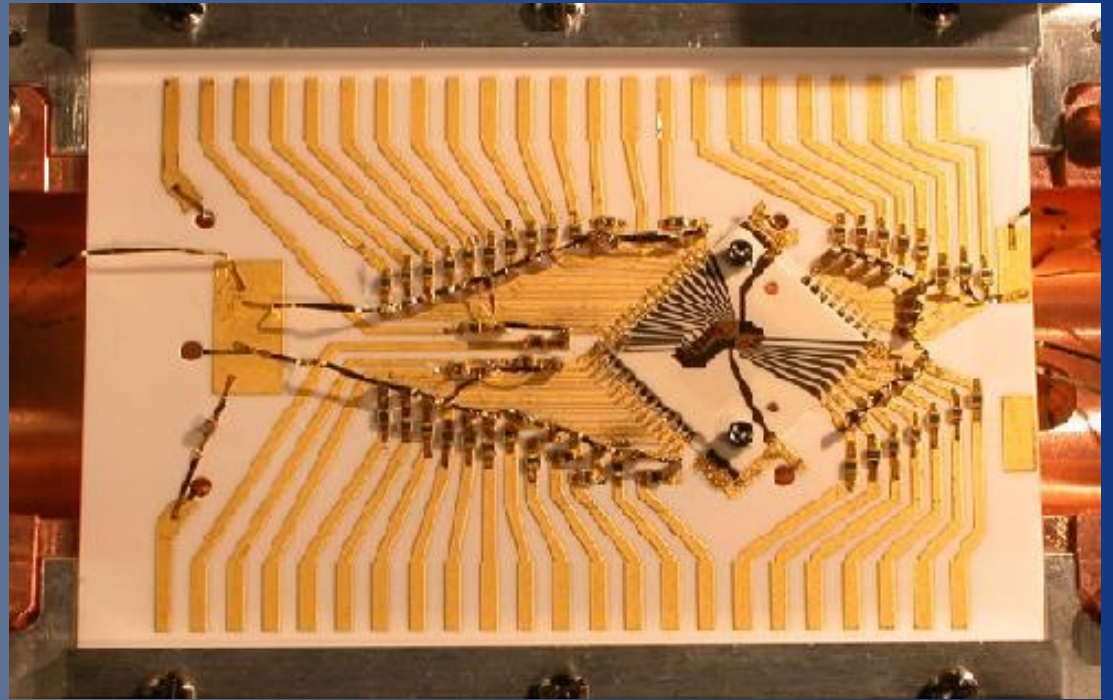
- Ионы в ловушке Пауля
- Сверхпроводящие джозефсоновские переходы
- ЯМР в жидкости и твердом теле
- Электронные спины примесных атомов в полупроводниках
- Состояния отдельных фотонов фиксированной моды
- ДНК и РНК в водной среде (!!?)

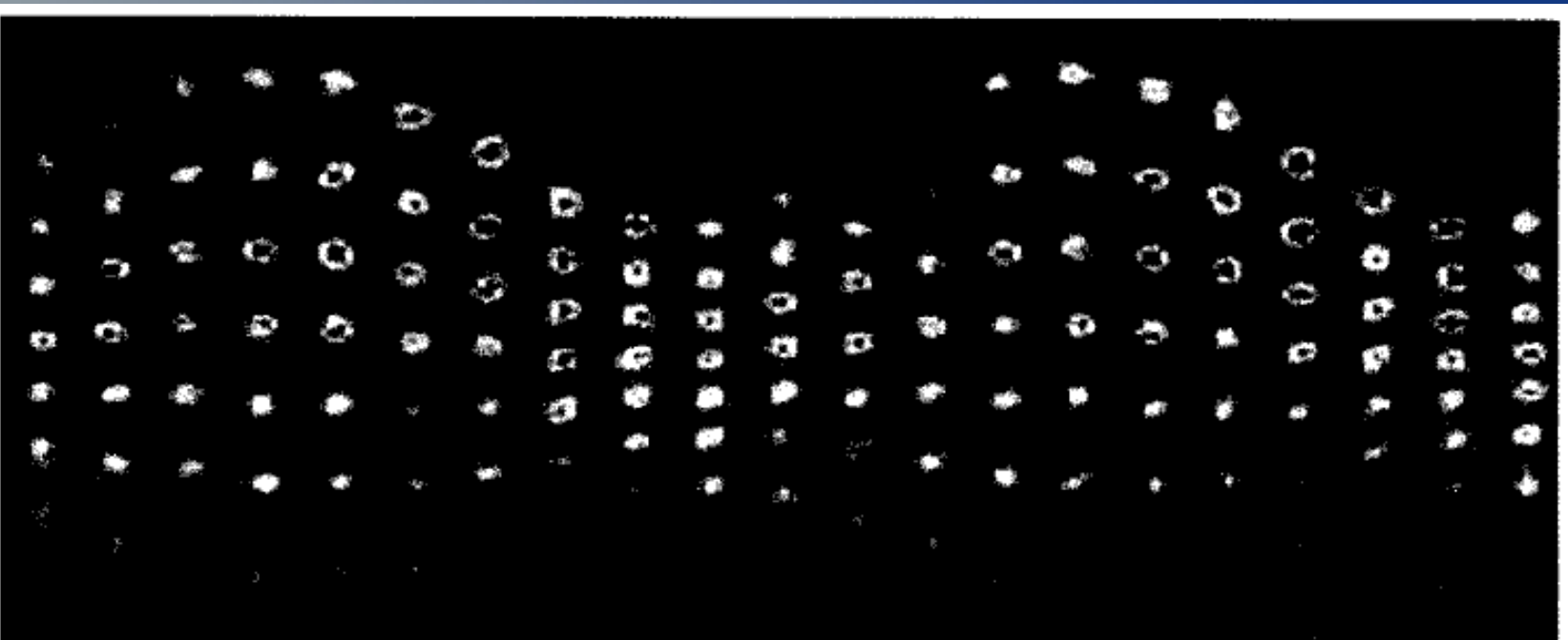
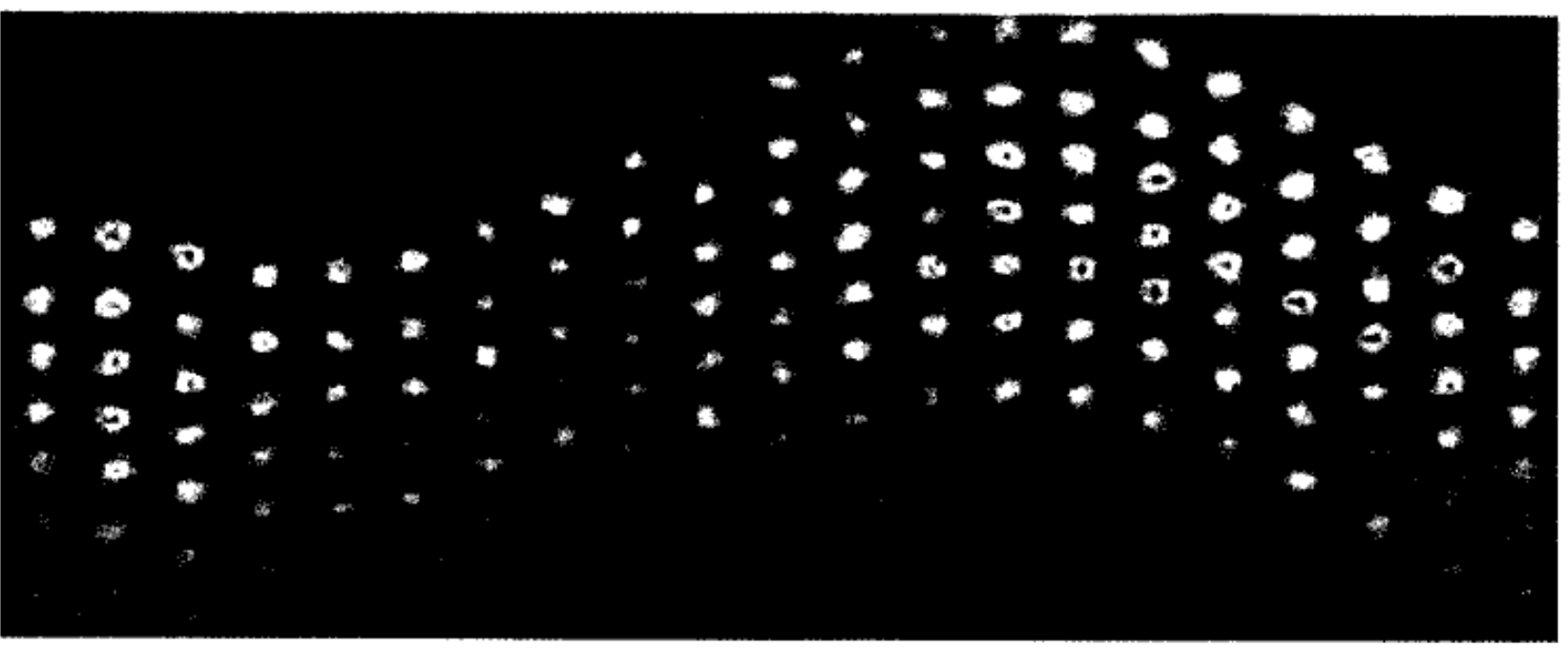
Квантовый компьютер работает в голове
каждого из нас, надо только понять, как!
(К.А.Валиев)



- Квантовый компьютер на ионах в ловушке Пауля

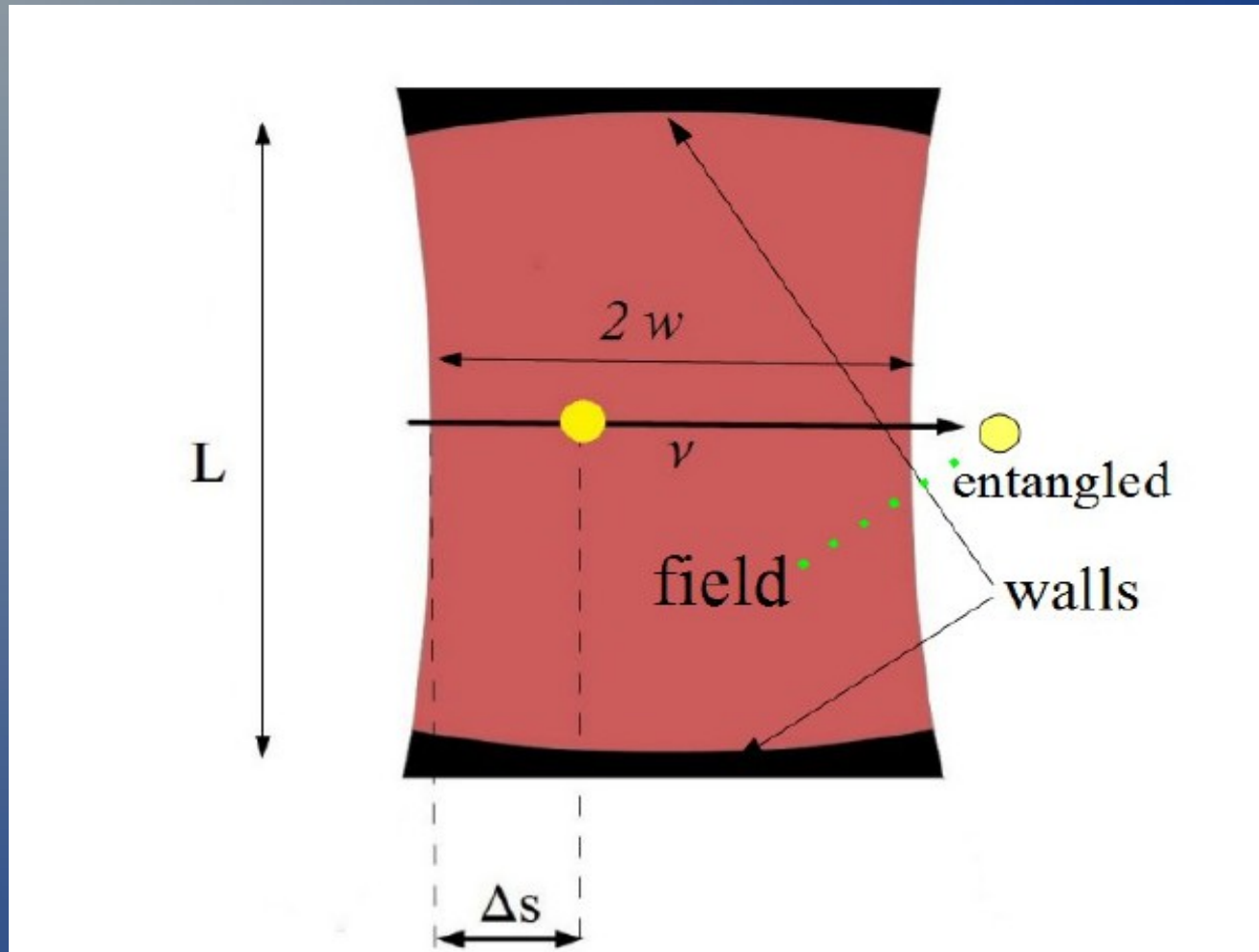






Нелинейный фазовый сдвиг фотонных состояний в оптической полости:

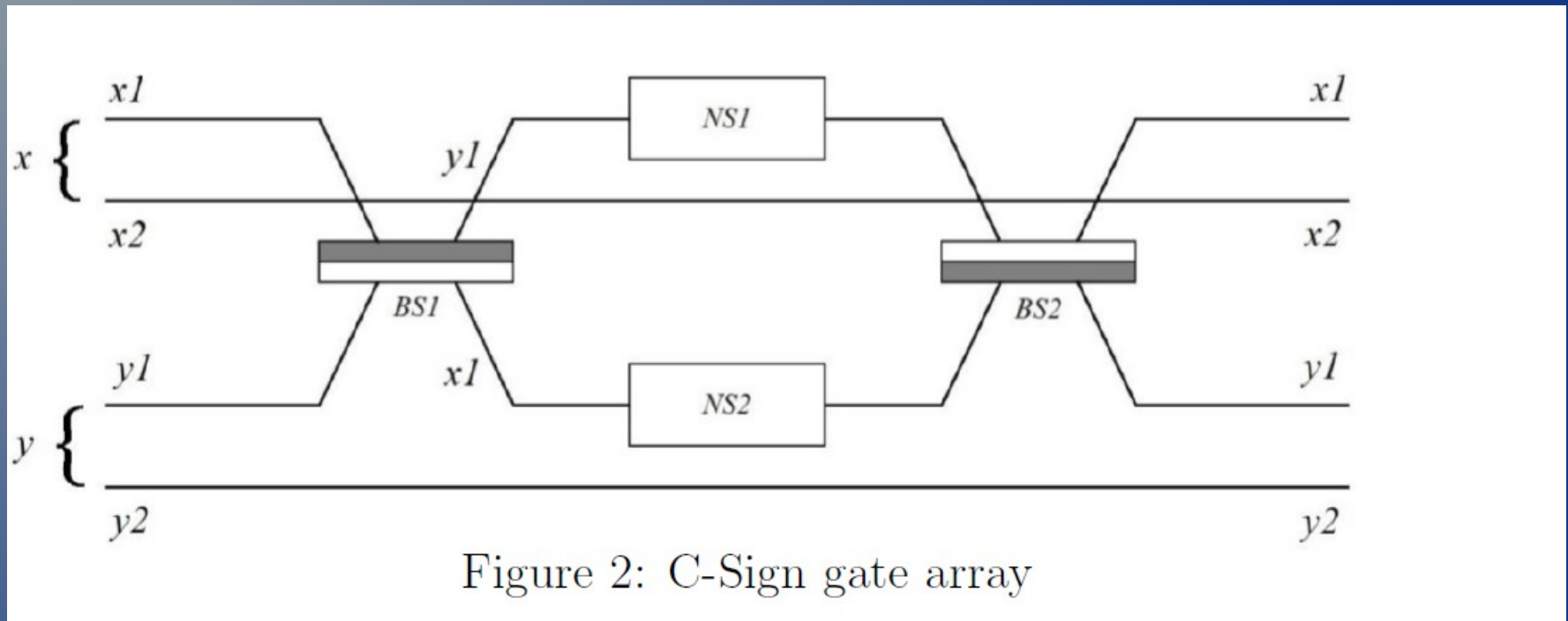
$$|0\rangle \rightarrow |0\rangle, |1\rangle \rightarrow |1\rangle, |2\rangle \rightarrow -|2\rangle$$



$$H_{JC} = \omega_c a^\dagger a + \omega_a \sigma_z / 2 + \gamma (\sigma^+ a + \sigma a^+)$$

C-Sign гейт на фотонных состояниях:

$$|x,y\rangle \rightarrow (-1)^{xy} |x,y\rangle$$



$$\begin{aligned} |n\rangle_{a_1} |m\rangle_{a_2} &= \frac{1}{\sqrt{n!m!}} (a_1^\dagger)^n (a_2^\dagger)^m |0\rangle_{a_1} |0\rangle_{a_2} \longrightarrow \\ &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{n!m!}} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (a_1^\dagger + a_2^\dagger) \right]^n \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (a_1^\dagger - a_2^\dagger) \right]^m |0\rangle_{a_1} |0\rangle_{a_2} \end{aligned}$$

Почему целое не есть сумма частей

- Почему нельзя просто хранить в памяти компьютера состояние всех атомов живого существа, ведь суперкомпьютеры скоро позволят это сделать, тем более, что хранить в памяти надо далеко не все. *Escherichia Coli* состоит из не более чем нескольких триллионов (10^{12}) а человек из 10^{29} атомов?
- А запутанные состояния — тоже хранить отдельно, как редкие феномены?
- И тогда — мы обретем полную власть над живым! Вместе со всей его свободой воли!
- Слишком просто, чтобы быть правдой...

Почему целое не есть сумма частей

- Состояние коллектива не есть просто набор состояний его членов, потому что есть квантовые запутанные состояния.

$|00\rangle + |11\rangle$ или $|001\rangle + |010\rangle + |100\rangle$ или другие, более сложные.

- Если учитывать все квантовые состояния, не хватит никакого суперкомпьютера: большинство состояний - запутанные.
- Мы претендуем на описание живого?

Может ли оно находиться в суперпозиции?

- Наблюдатель не может находиться в суперпозиции!

Квантовое состояние удивительно напоминает живое существо

- Не существует способа клонирования произвольного квантового состояния Ψ
- Есть схема, позволяющая передавать на расстояние состояние Ψ , не узнавая его. Это — телепортация.
- Чтобы у Алисы возникло состояние Ψ , оно должно быть уничтожено Бобом в результате измерения.

Сложные системы требуют иной математики

- Мы не сможем набрать статистики для квантовых состояний многих тел в общем случае. Как ставить эксперименты?
- Из того, что сейчас известно, лучше всего подходят алгоритмы, но не формулы
- Алгоритмизм предполагает индивидуальное написание кода программы; могу ли я считать чужой код своим, так же, как математическую формулу?

Что мы умеем моделировать

Простейшие химические реакции:

Ассоциация атомов водорода в молекулу

Присоединение протона к молекуле

И подобные простейшие реакции.

Гипотетический Квантовый компьютер: вид с точки зрения физики 20 века

- Теоретически возможны процессы, принципиально невозпроизводимые на классических компьютерах.
- Эти процессы — быстрые квантовые алгоритмы.
- Их уникальность доказана только для моделей с "черным ящиком"; в абсолютной модели вычислений все сводится к нерешенным проблемам, типа $P = NP$ (?).

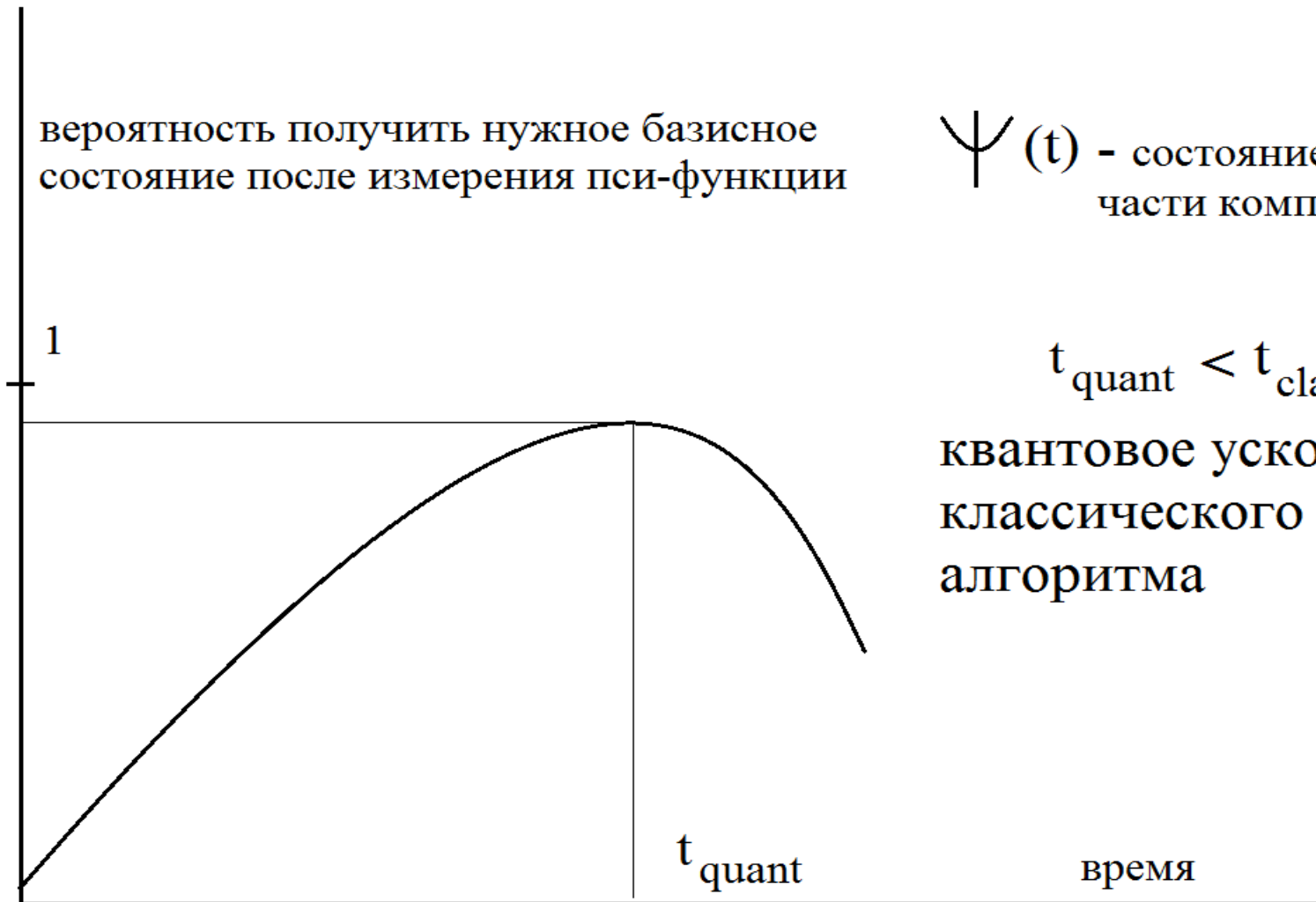
Что такое быстрый квантовый алгоритм

вероятность получить нужное базисное состояние после измерения пси-функции

$\Psi(t)$ - состояние квантовой части компьютера

$$t_{\text{quant}} < t_{\text{class}}$$

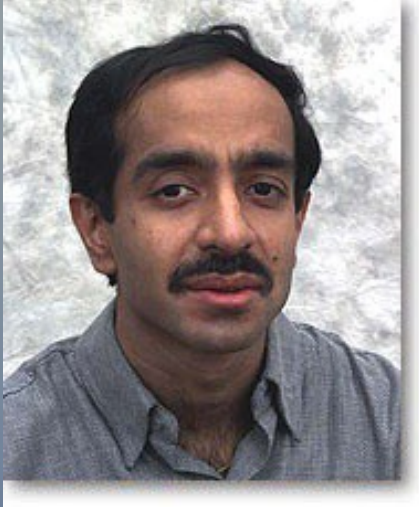
квантовое ускорение
классического
алгоритма



П. Шор



Алгоритм Гровера



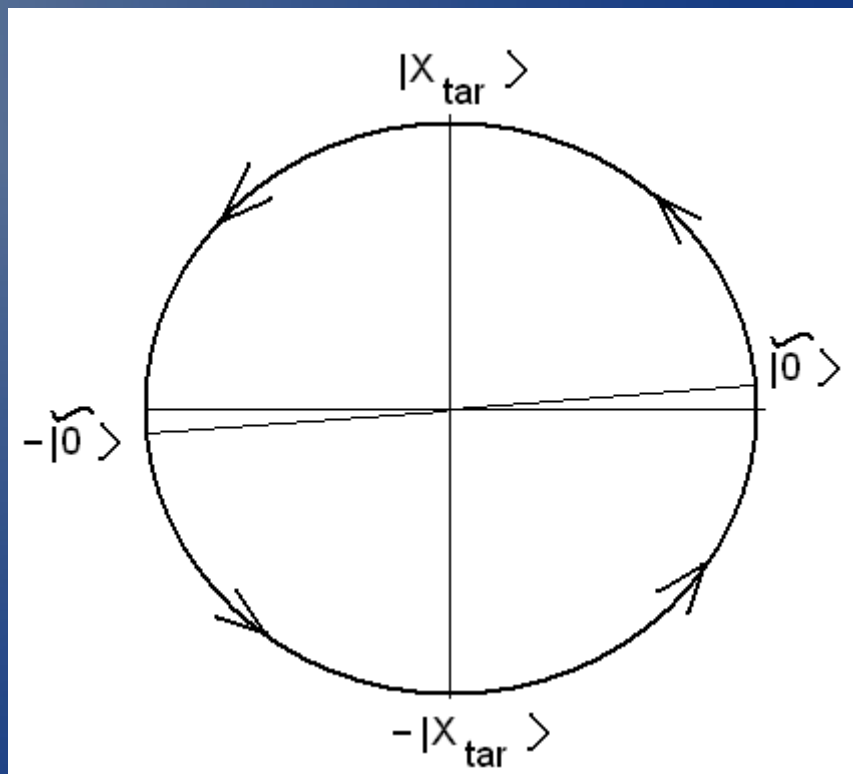
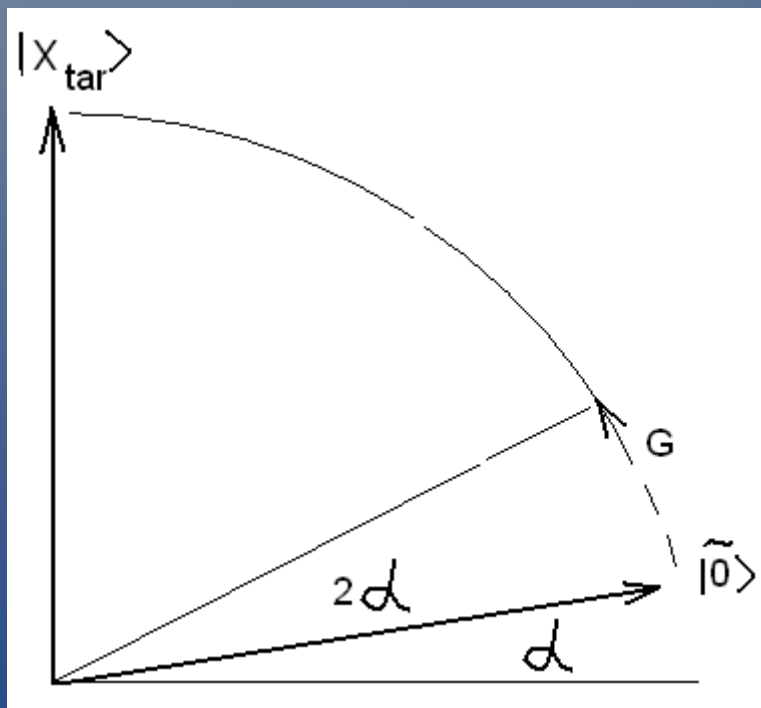
Алгоритм Гровера (GSA (Grover search algorithm)) предназначен для поиска корней уравнения $f(x)=1$ булевой функции f от n переменных. Он имеет сложность

Алгоритм Гровера имеет сложность $\frac{\pi}{4} 2^{n/2}$ - корень из классического времени

Алгоритм Гровера может быть задан в виде схемы классических вентилей.

GSA (схема)

- $\tilde{|0\rangle}$ - состояние, у которого амплитуда распределена равномерно по всем базисным состояниям



Рост амплитуды целевого состояния за счет всех других



Возможная граница производительности квантового компьютера

- Квантовое ядро состояния: его наибольшая неразложимая тензорная компонента. K – размерность ядра.
- Квант амплитуды q : любая амплитуда имеет вид qs , где s – натуральное.
- Соотношение неопределенностей:

<< сложность состояния – точность его квантового описания >>

$$A(\Psi)C(\Psi) = Q,$$

- где Q – неизвестная безразмерная константа.
- Эксперименты по квантовому компьютеру фактически определяют значение Q .

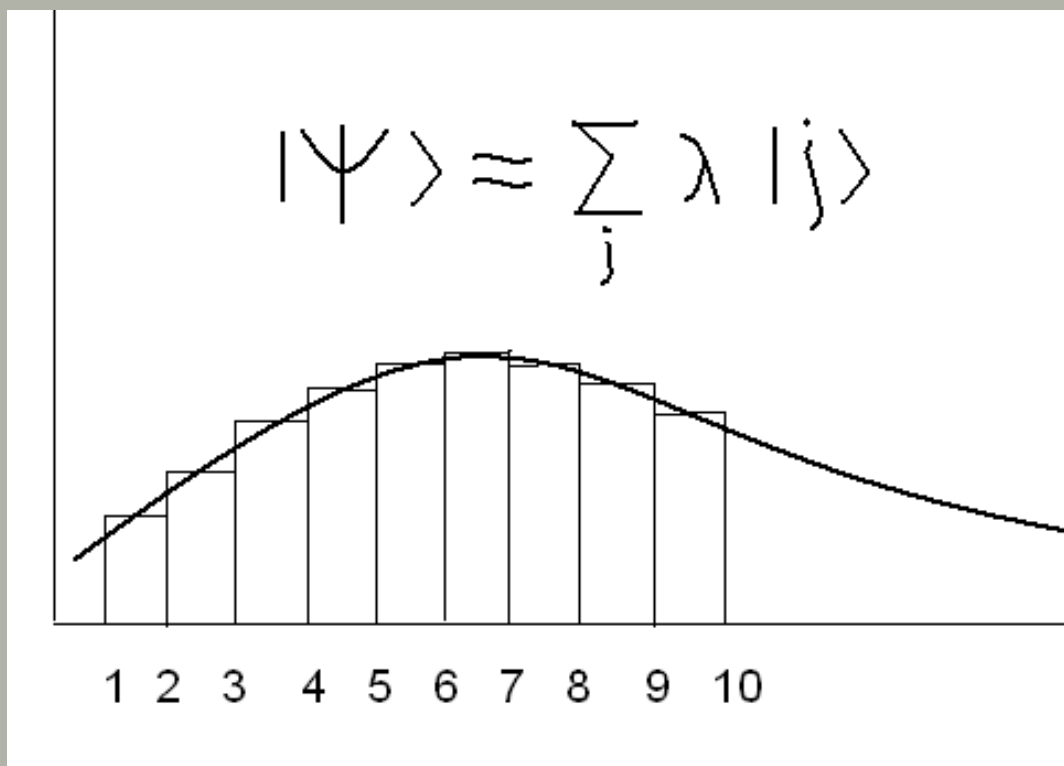
Быстрые квантовые алгоритмы

- Разложение чисел на простые множители (П.Шор, 1994)
- Задача перебора (Л.Гровер, 1996)
- Моделирование эволюции состояния квантовой системы (К.Залка, С.Визнер, 1999)

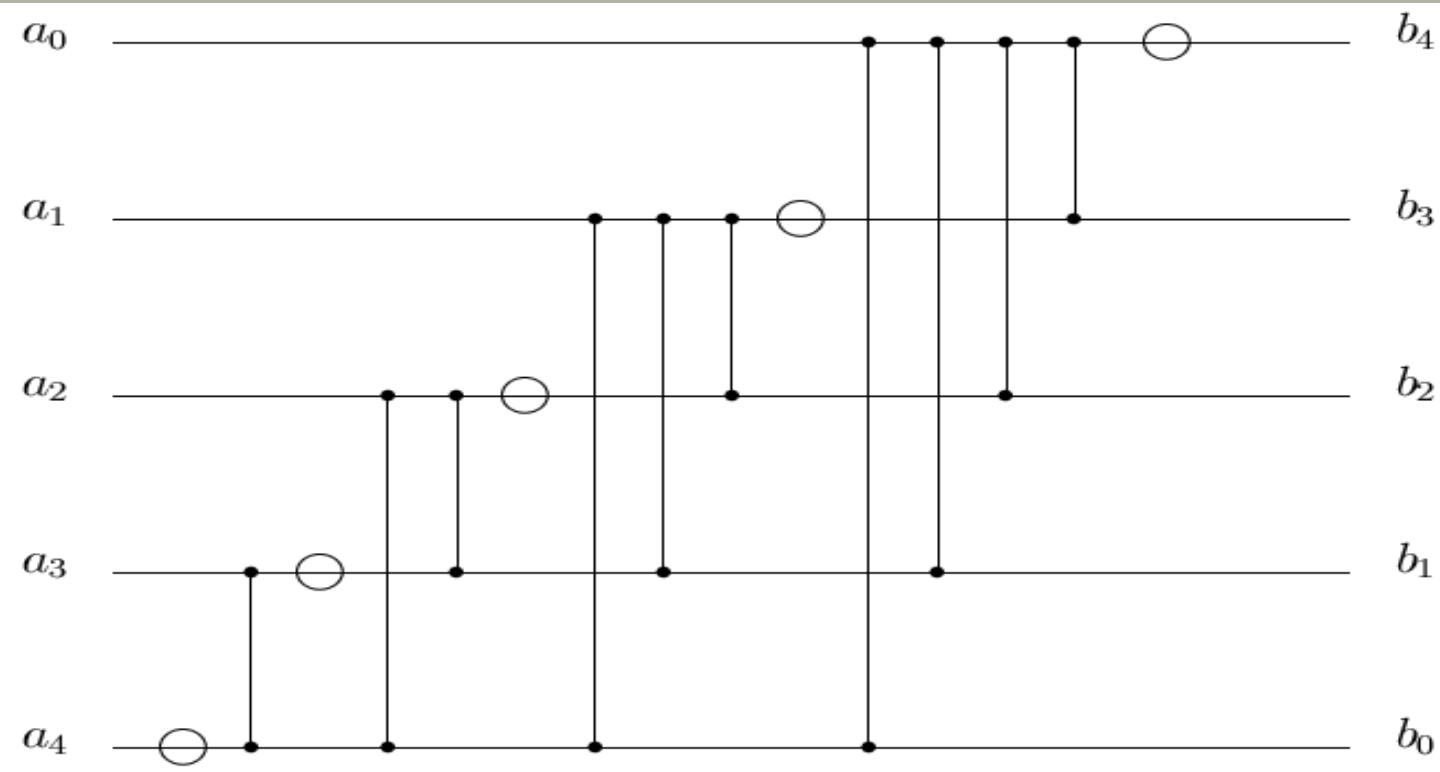
Квантовое преобразование Фурье

$$\text{QFT} : |a\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{b=0}^{N-1} e^{-\frac{2\pi i}{N} ab} |b\rangle, \quad \text{QFT}^{-1} : |a\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{b=0}^{N-1} e^{\frac{2\pi i}{N} ab} |b\rangle$$

QFT – кубитовое приближение непрерывного преобразования Фурье.



Реализация QFT -1



$$U_{k,j} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i\pi/2^{k-j}} \end{pmatrix}, \quad k > j.$$

Краткая схема алгоритма Шора

- Как разложить число q на простые.
- 1. Выбрать произвольно y , и рассмотреть уравнение $y^r = 1 \pmod{q}$ – это поиск мультипликативного периода y . С исчезающей вероятностью он окажется четным $r=2k$, и тогда можно разложить $y^{2k}-1=(y^k-1)(y^k+1)$, так что один из сомножителей будет делить q . Тем самым задача свелась к поиску r .
- 2. Выбрать число кубитов n : $2^{n-1} \leq q < 2^n$
- 3. Рассмотреть оператор $U: U|x\rangle \longrightarrow |yx \pmod{q}\rangle$
дополненный тождественным на числах, больших q .
- Его собственные числа имеют вид $\exp(2\pi i j/r)$
если их найти, найдем и r . Задача свелась к поиску
собственных чисел заданного оператора

Нахождение собственных чисел

- Построим реализацию оператора

$$U_{seq}|\Psi, \alpha\rangle = U^\alpha|\Psi\rangle|\alpha\rangle$$

Оператор $QFT_2 U_{seq} QFT_2$, примененный к состоянию $|\Psi, 0\rangle$, даст суперпозицию состояний вида $|\phi_j, w_j\rangle$, где w_j - бинарное разложение числа λ_j/N , где λ_j - собственное число U .

Квантовый алгоритм — произведение искусства!

- Большинство классических алгоритмов не допускает квантового ускорения, большего чем гроверовское.
- Большинство коротких классических алгоритмов вообще не допускает квантового ускорения!
- Алгоритм Гровера нельзя улучшить ни для какого, хоть сколько-нибудь "весомого" класса "черных ящиков" f . Константу нельзя улучшить более чем на 3%.

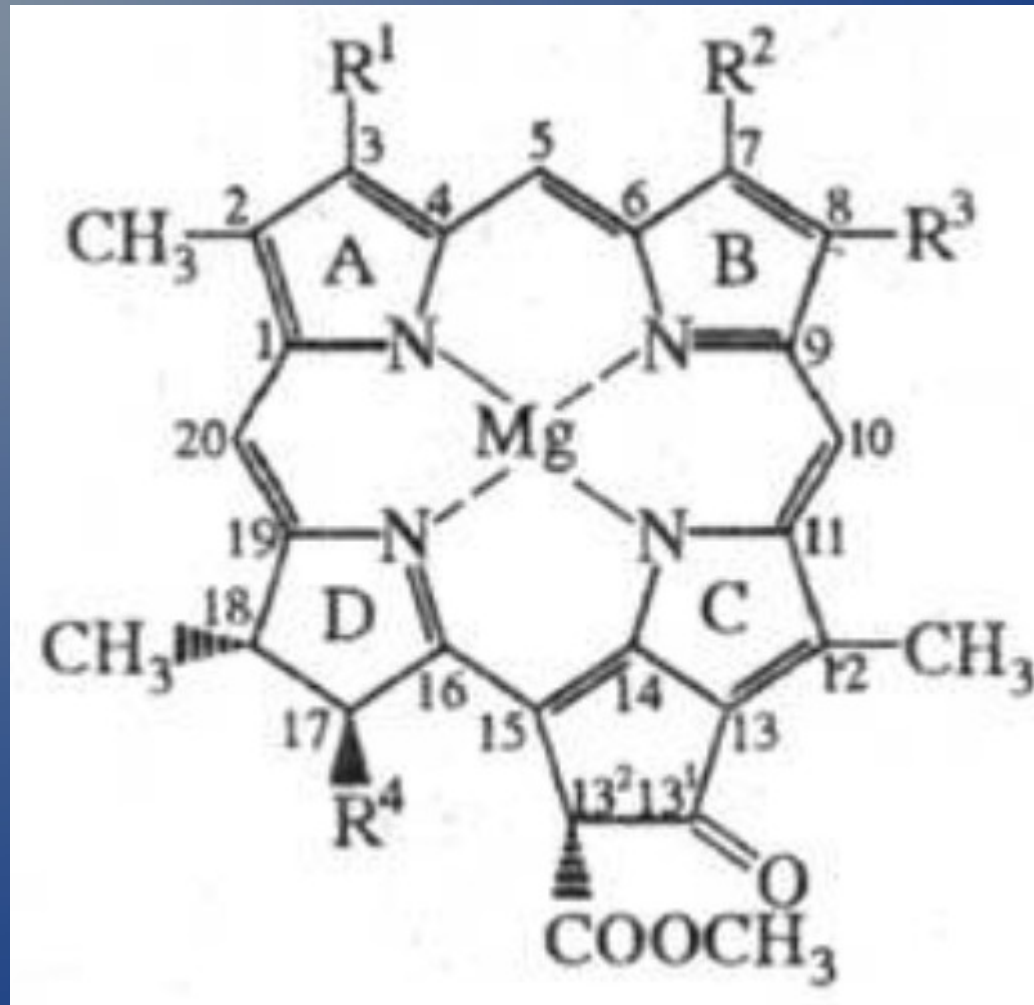
Мистика GSA

- Преимущество GSA в отсутствии черного ящика не доказано! Дело сводится к нерешенной проблеме $P=NP$ (?)
- Физика вторгается в область "чистой" математики?
- Квантовый компьютер способен моделировать реальность — на квантовом уровне.

Декогерентность

- Спонтанное разрушение сложных квантовых состояний для многих частиц — главное препятствие на пути создания КК, не зависимо от технологии.
- Квантовые коды коррекции начинают работать только с 1000 кубитов или больше.
- Декогерентность связана с коллапсом волновой функции
- А враг ли декогерентность?

Example of quantum effect: conductivity of excitations by a chain of bacteriochlorophyll molecules



Fenna-Matthews-Olson complex in bacterial cell (from S.F.Huelga, M.B.Plenio, arXiv1307.3530)

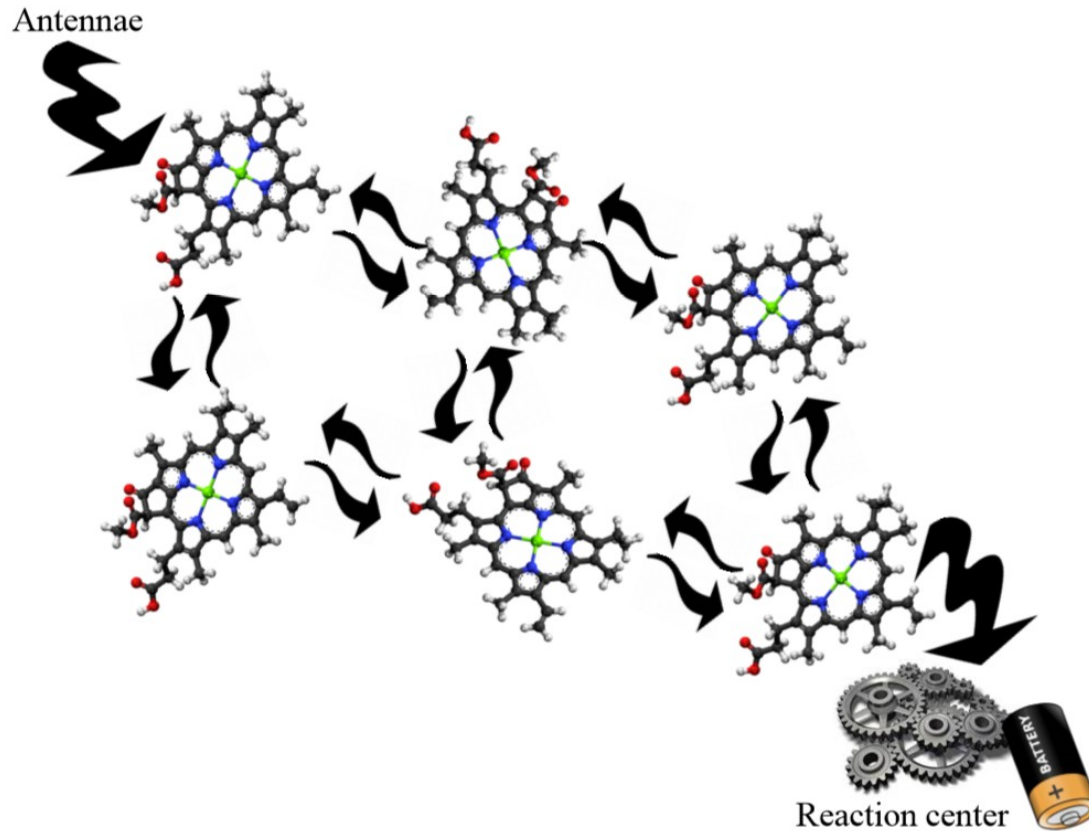


FIG. 3. A schematic picture of the transport network such as the one realized in the Fenna-Matthews-Olson complex. Molecules, such as Bacteriochlorophyll *a* (BChl *a*), are arranged in space giving rise to specific distances and relative orientations between individual BChl *a* thereby adjusting the strength of the dipolar interaction (indicated by black arrows)

Conductivity in FMO complex (bacteriochlorophyll molecules)

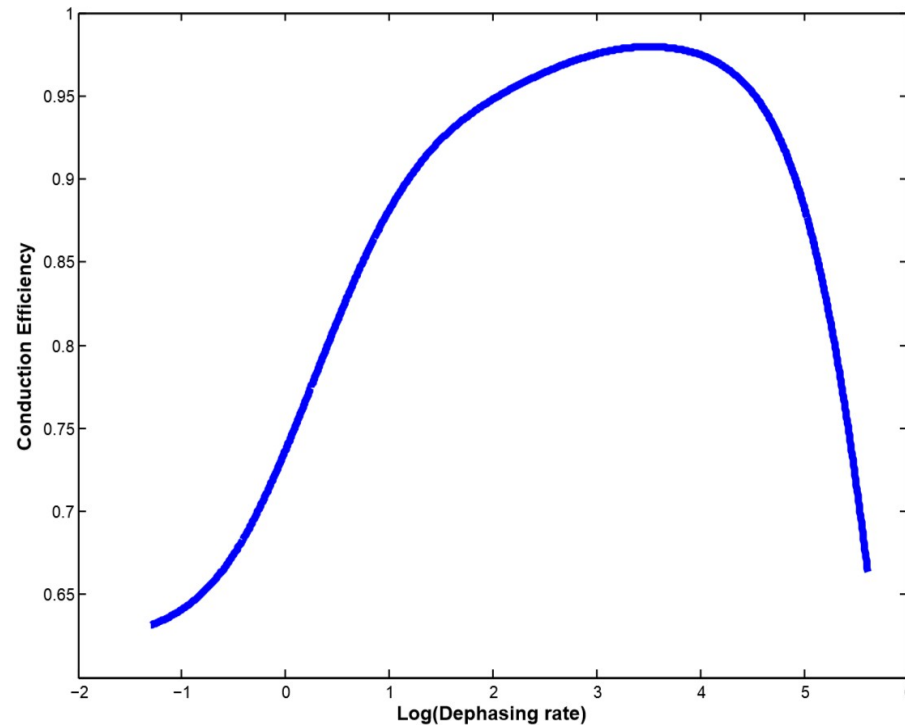


FIG. 4. Plot of the conductivity of the FMO complex where excitations enter the FMO complex at site 1 and exit at site

Computer classical models of Life do not work as its prototype

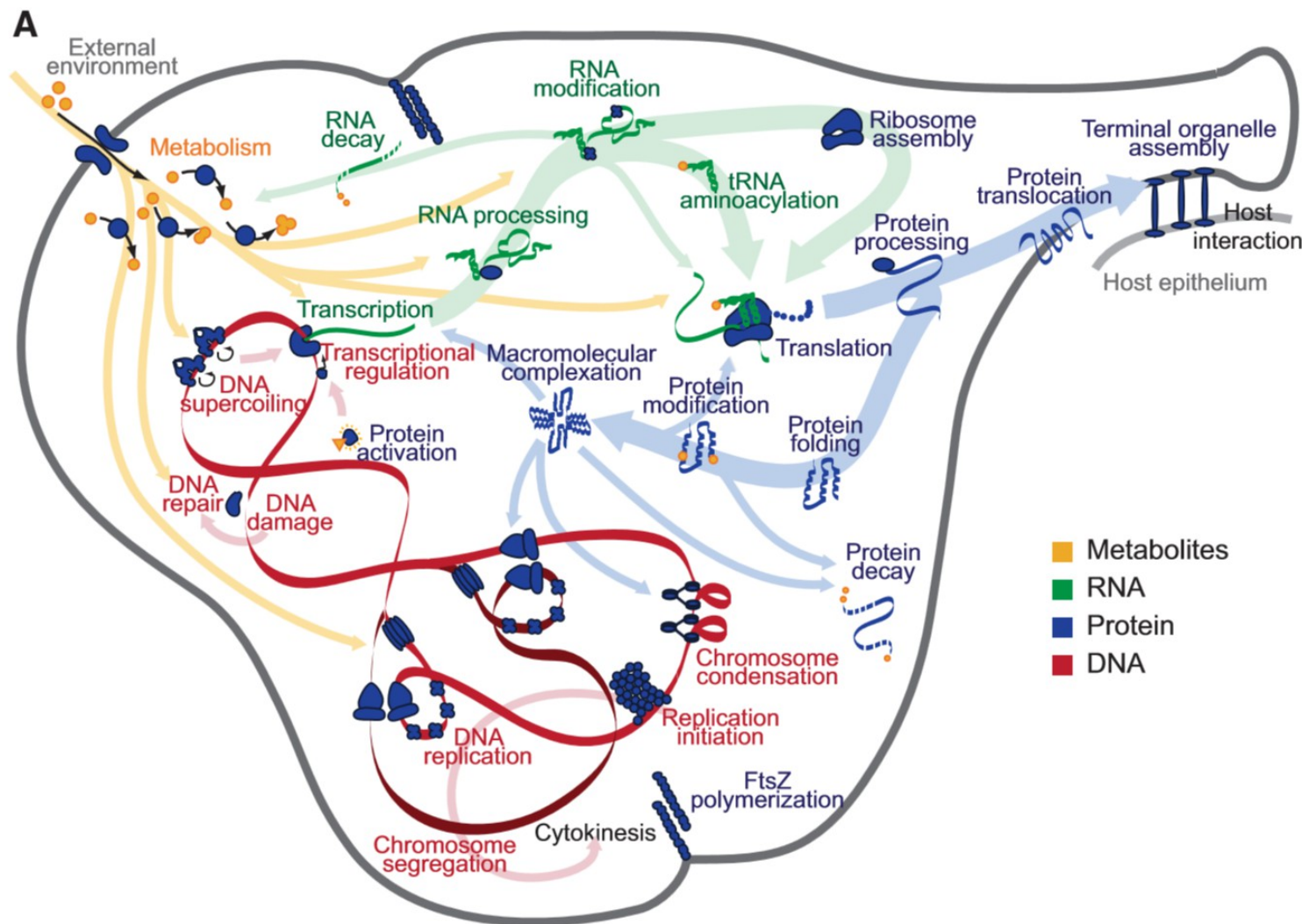


Figure 1. *M. genitalium* Whole-Integrates 28 Submodels of Diverse Processes

(A) Diagram schematically depicts 28 submodels as colored words—grouped as metabolic (orange), RNA (green), and protein (blue), and DNA (red)—in the context of a *M. genitalium* cell with its characteristic shape. Submodels are connected by common metabolites, RNA, proteins, and DNA, which are depicted by green, blue, and red arrows, respectively. (B) The model integrates cellular functions through 16 cell variables. First, the model is randomly initialized to the beginning of the cell cycle (left gray arrow). Next, for each time step (dark black arrows), the submodels calculate their current values of the cellular variables and their contributions to the temporal evolution of the cell variables, and update the values of the cell variables. This is repeated thousands of times during the course of each simulation. The cell functions and variables are grouped into physiologic categories: DNA (red), Protein (blue), metabolite (orange), and time (black). Colored lines between the v

Do we understand the Life?

- Enormous complexity of living matter:

Genetically scaled computer model of living cell (GEM), by [1] illustrate the modern level in computer modelling of living; though its capabilities are still very far from predictive power

C:\Users\Юрий\Desktop\Documents\biology\mmc5.mp4

[1] J.Förster et al, Genome-Scale Reconstruction of the Saccharomyces cerevisiae Metabolic Network, Genome Res. Feb 1, 2003; 13(2): 244–253.

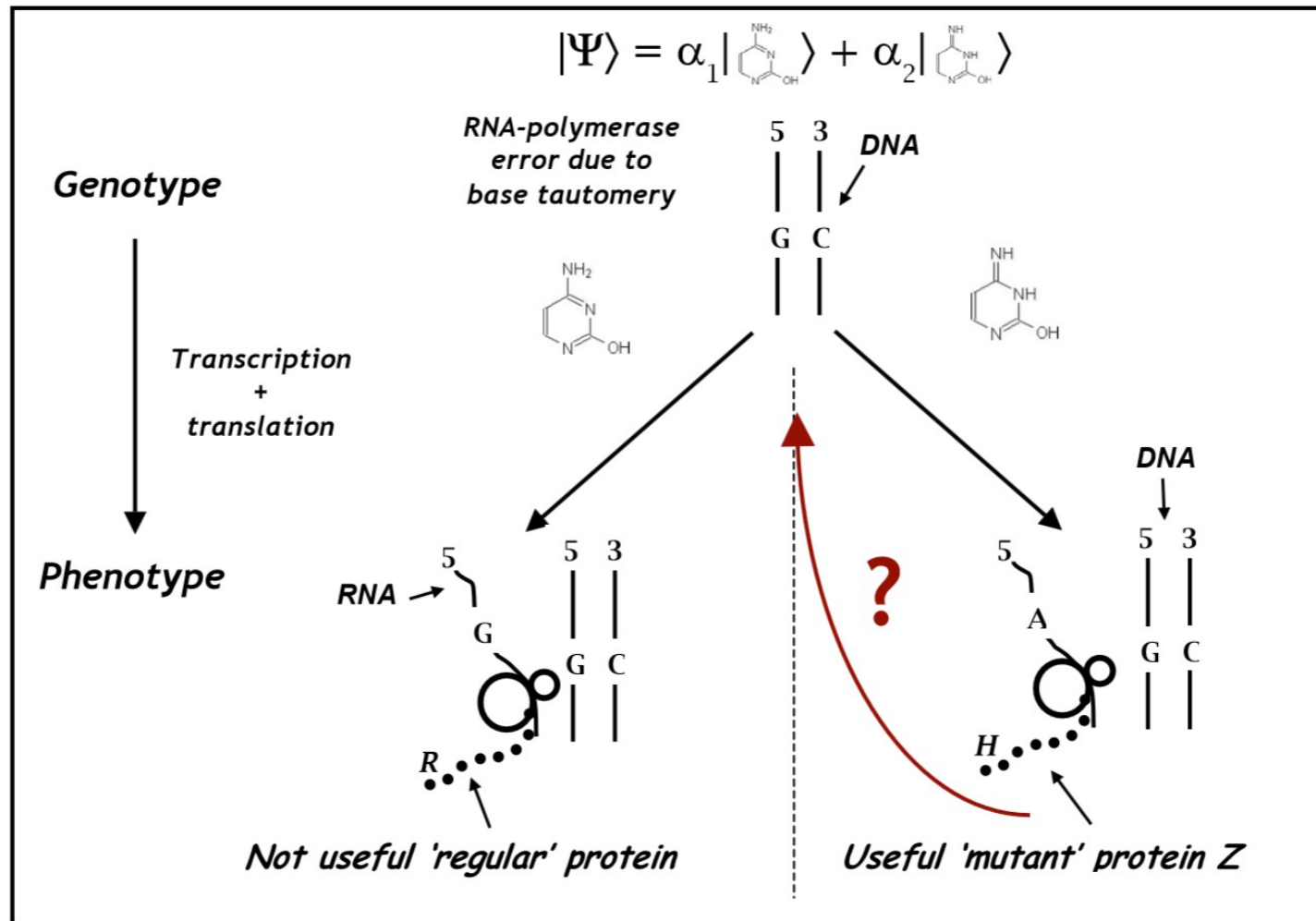
Do we understand the quantum computer?



What I cannot create, I do not understand.

(Richard Feynman)

How this superposition can survive?



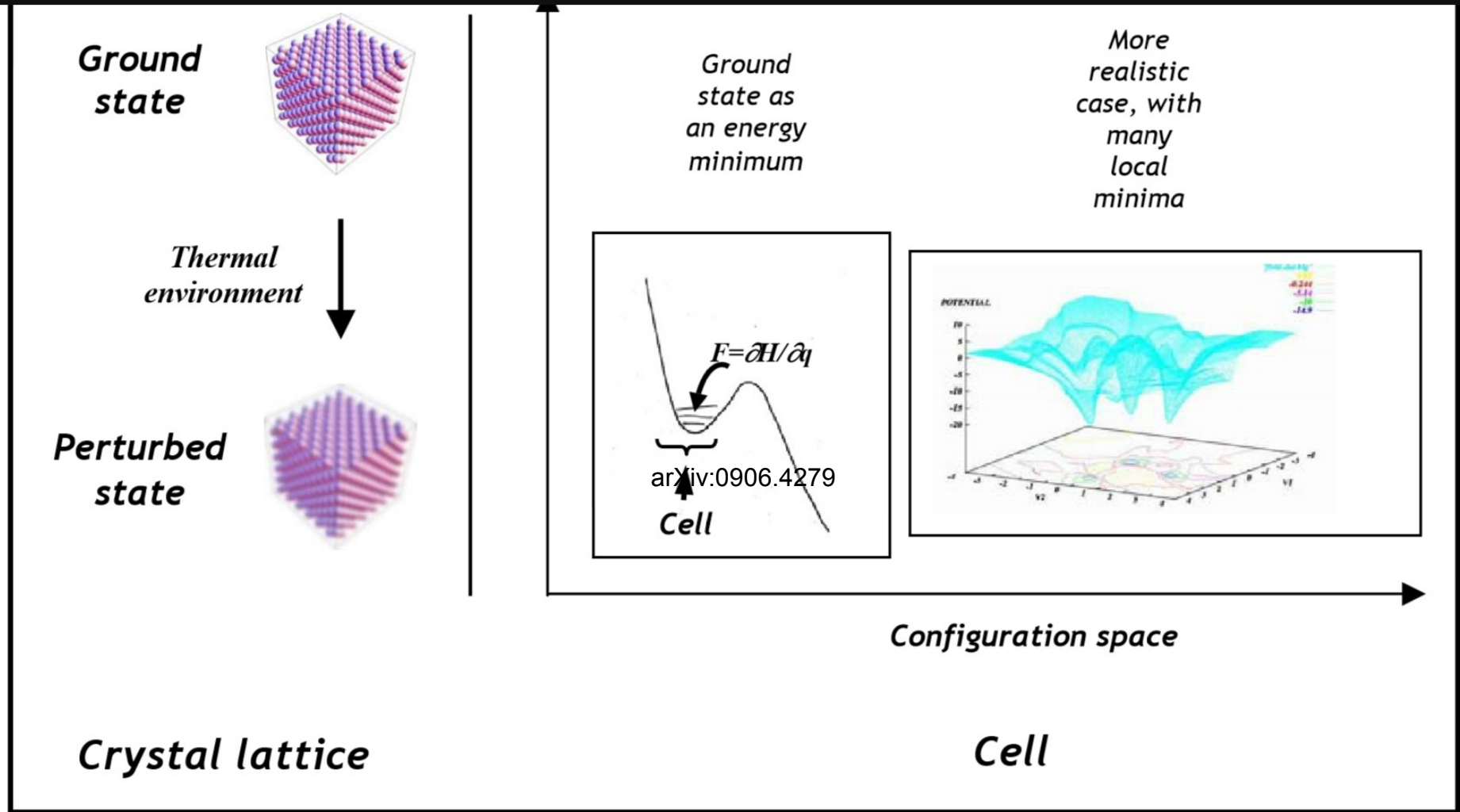
41. Central Dogma implies physical irreversibility

Our dream, however, might not be all in vain. Let's take another look at the 'Central Dogma of Molecular

- Vasily Ogryzko, *Quantum information processing at the cellular level. Euclidean approach* arXiv:0906.4279

Life as the metastable state

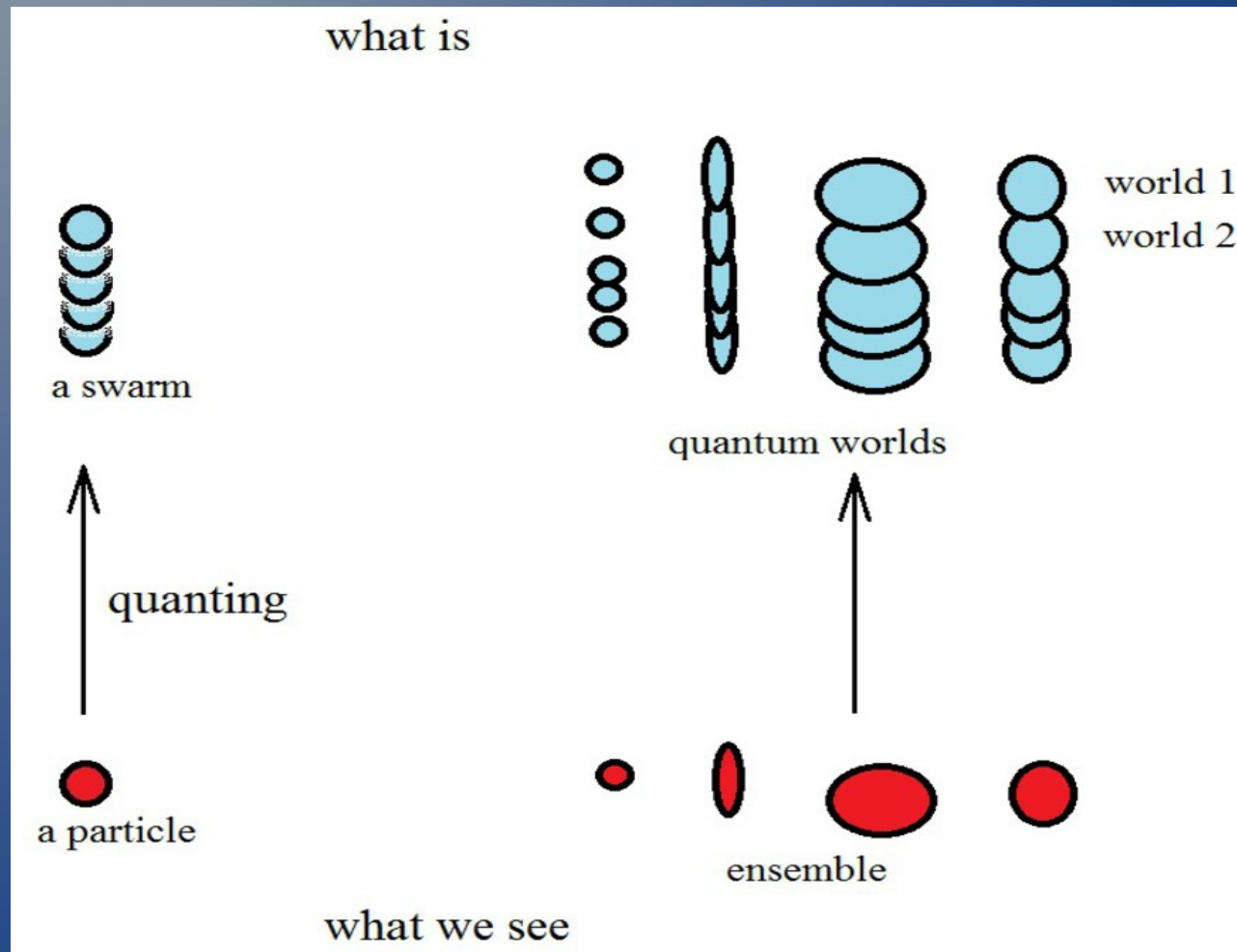
0906.4279.pdf - Средство просмотра



14. Ground state

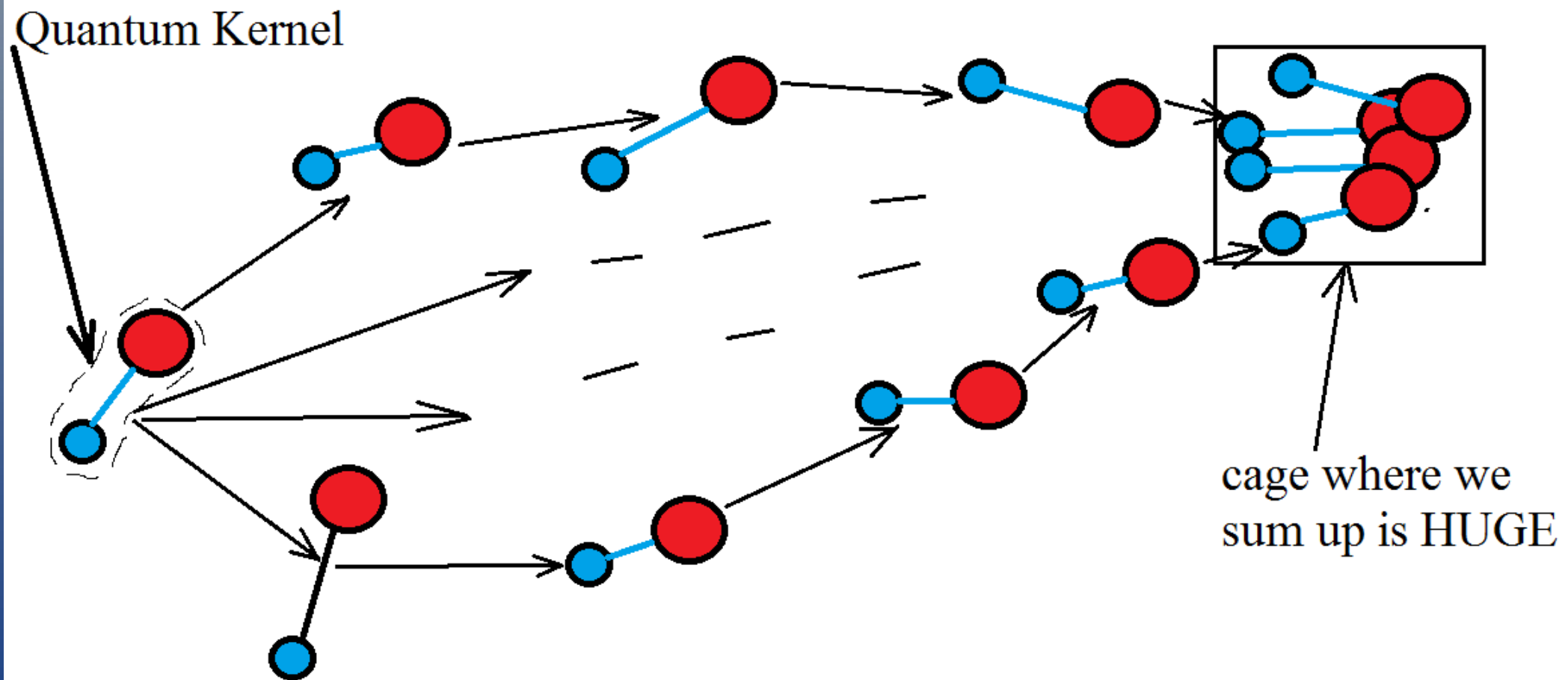
- Vasily Ogryzko, Quantum information processing at the cellular level. Euclidean approach arXiv:0906.4279

Quantum worlds can meet in living because the Life can be realized by huge number of ways



Quantum worlds can meet in living because the Life can be realized by huge number of ways

we have to sum amplitudes over all paths



Selfish gene

- Gene-centric view of evolution: gene is the subject of evolution, organisms are machines serving for gene replication (R.Dawkins)



Quantum selfish gene

- Varying part of the genome ξ_{varying} must be the argument of bio-psi function $\Psi(\xi_{\text{varying}}) = |\Psi| \exp(i\phi)$
- $|\Psi(\xi_{\text{varying}})|^2$ is the number of creatures with v.p. of the genome ξ_{varying} , $\nabla\phi$ is the intention of the genome to change itself

*arXiv: 1402.4713 Y.I.Ozhigov, Quantum selfish gene
(biological evolution in terms of quantum mechanics)*

Квантовая мистика

- Как рой экземпляров превращается в одну единственную точку? (коллапс волновой функции)
- Р.Пенроуз: коллапс волновой функции = акт самосознания



- С.Хамерофф: коллапс волновой функции происходит в микротубулах нервных клеток!

Квантовый компьютер работает в голове
каждого из нас, надо только понять, как!
(К.А.Валиев)



Декогерентность как ограниченность памяти классического компьютера

- Мы можем представлять декогерентность как ограниченность памяти классического компьютера, моделирующего квантовую динамику.
- Такая трактовка декогерентности открывает совершенно новые возможности для понимания живого
- Нужно программирование нового типа

Проблема квантования поля

Классическое состояние поля есть функция:

$R \rightarrow (A(R), \phi(R))$ где $R = (x, y, z)$, $A = (X, Y, Z)$.

Чтобы его проквантовать, надо

- а) разделить область (x, y, z) на N малых участков,
- б) разделить область (X, Y, Z) на M малых участков,
- в) разделить область вещественных чисел на L малых участков,
- г) записать квантовое состояние поля как вектор в комплексном пространстве размерности NML .

Квантовое состояние поля — это функция, которая по любому из NML классических состояний выдает амплитуду этого состояния.

Пример: состояние с одним фотоном фиксированной моды есть такая функция, которая львиную долю амплитуды концентрирует на классическом состоянии

$$\propto \exp(i\omega(x-ct))$$

где ϵ — очень малая величина.

Конечномерные модели КЭД

Finite dimensional models of QED



Edwin Thompson Jaynes



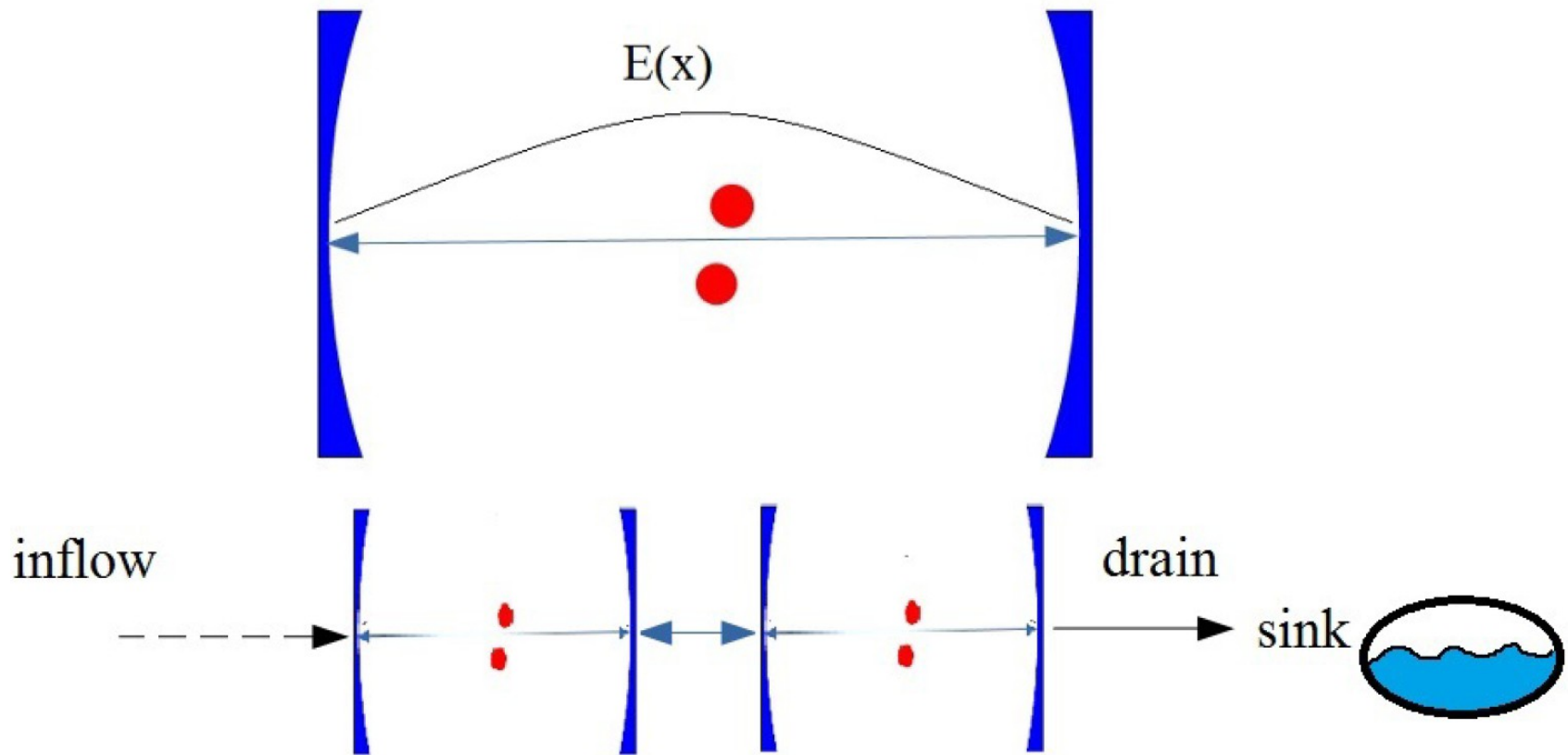
Frederick W. Cummings



Michael Tavis

Физическая реализация: оптические резонаторы, соединенные оптоволоконном

Jaynes-Tavis-Cummings-Hubbard-Dick model



One cavity with atom: Jaynes-Cummings model

Basic state: $|photon\ number\rangle|atom\ excitation\rangle$, photon number can be $0, 1, \dots, n, \dots$; atom excitation can be $0, 1$ (two level atom).

Photonic operators a^+ , a - creation and annihilation of a photon - act on the first component, atomic operators σ^+ , σ - act on the second component.

Definition:

$$\begin{aligned} a^+|n\rangle &= \sqrt{n+1}|n+1\rangle, \quad a|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \\ \sigma^+|m\rangle &= (m \oplus 1)|m \oplus 1\rangle, \quad \sigma|m\rangle = m|m \oplus 1\rangle : \\ \sigma^+|0\rangle &= |1\rangle, \quad \sigma^+|1\rangle = 0, \quad \sigma|0\rangle = 0, \quad \sigma|1\rangle = |0\rangle \end{aligned}$$

Basic atomic states representation:

$$|0\rangle_a = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle_a = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

One cavity with atom: Jaynes-Cummings model

Basic photonic states representation:

$$|0\rangle_p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix}, |1\rangle_p = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix}, \dots$$

Representation of atomic operators:

$$\sigma^+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, a^+a = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

Commutative relations:

$$a^+a = aa^+ - 1, \sigma^+\sigma = 1 - \sigma\sigma^+$$

One cavity with atom: Jaynes-Cummings model

Representation of photonic operators:

$$a^+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{3} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix},$$

$$a^+ a = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 2 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}, a^+ a |n\rangle_p = n |n\rangle_n.$$

One cavity with atom: Jaynes-Cummings model

$$H_{JC} = \hbar\omega_c a^\dagger a + \hbar\omega_a \sigma^+ \sigma + g(a^\dagger + a)(\sigma^+ + \sigma)$$

$g = \sqrt{\omega\hbar/V} E(x)|d|$, V - effective volume of the cavity, d - dipole momentum of transition $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$. It coincides with experiments if

- 1) $\omega_{a,c} \ll 1/d$, where d is the size of atom (the necessary condition of dipole approximation, which allows the representation of interaction in the form $X_{field} X_{atomic \text{ excitation}}$) and
- 2) $\omega_a \approx \omega_c$ - the condition of long retention of a photon in the cavity. Factually, the half of the wavelength of the photon emitted by the atom must be a divisor of the cavity length.

In electrodynamics the field is divided to modes. A mode is a couple $(\vec{p}, \vec{\varepsilon})$ - two orthogonal vectors: the vector of impulse and the vector of polarization. One mode is the harmonic oscillator of electric field directed along the polarization; here one mode operators of creation annihilation look as $a^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}(q + ip)$, $a = \frac{1}{\sqrt{2}}(q - ip)$, $\hbar = 1$, and the "field coordinate"

$X_{field} = q = (a^\dagger + a)/\sqrt{2}$. Analogously, "atom excitation coordinate" looks as $X_{atomic \text{ excitation}} = \sigma^+ + \sigma$. Because every interaction between systems with coordinates x, y can be expended to the power series, its first summand xy (dipole approximation) gives H_{JC} .

Rotating wave approximation

H_{JC} Hamiltonian is infinite and its investigation is hard.

If $g \ll \hbar\omega$ we can omit the summands $a^+\sigma^+$ and $a\sigma$ in Hamiltonian, which do not conserve energy themselves and obtain the rotating wave approximation (RWA):

$$H_{JC}^{RWA} = \hbar\omega_c a^+ a + \hbar\omega_a \sigma^+ \sigma + g(a^+ \sigma + a \sigma^+).$$

The space of states then splits into mutually orthogonal and invariant with respect to H_{JC}^{RWA} two dimensional subspaces \mathcal{H}_k , each spanned by the pair of states:

$|\psi_0^k\rangle = |0\rangle_p |k\rangle_a$, $|\psi_1^k\rangle = |1\rangle_p |k-1\rangle_a$. The reduction of H_{JC}^{RWA} to \mathcal{H}_k will be

$$H_k = \begin{pmatrix} k\hbar\omega_c & g\sqrt{k} \\ g\sqrt{k} & \hbar(\omega_a + (k-1)\omega_c) \end{pmatrix}.$$

Quantum evolution in \mathcal{H}_k induced by H_k is the harmonic oscillations between $|\psi_0^k\rangle$ and $|\psi_1^k\rangle$ with frequency $\Omega_k = \sqrt{\delta^2 + 4g^2 k}/\hbar$, $\delta = \omega_a - \omega_c$ is detuning between frequencies of atom and cavity.

Open quantum systems: quantum master equation

An open quantum system is described by the quantum master equation (Lindblad, Kossakowsky, Glauber, Sudarshan):

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [H, \rho] + i \sum_{i=1}^{N^2-1} \gamma_i (A_i \rho A_i^* - \frac{1}{2} (A_i^* A_i \rho + \rho A_i^* A_i)) \quad (1)$$

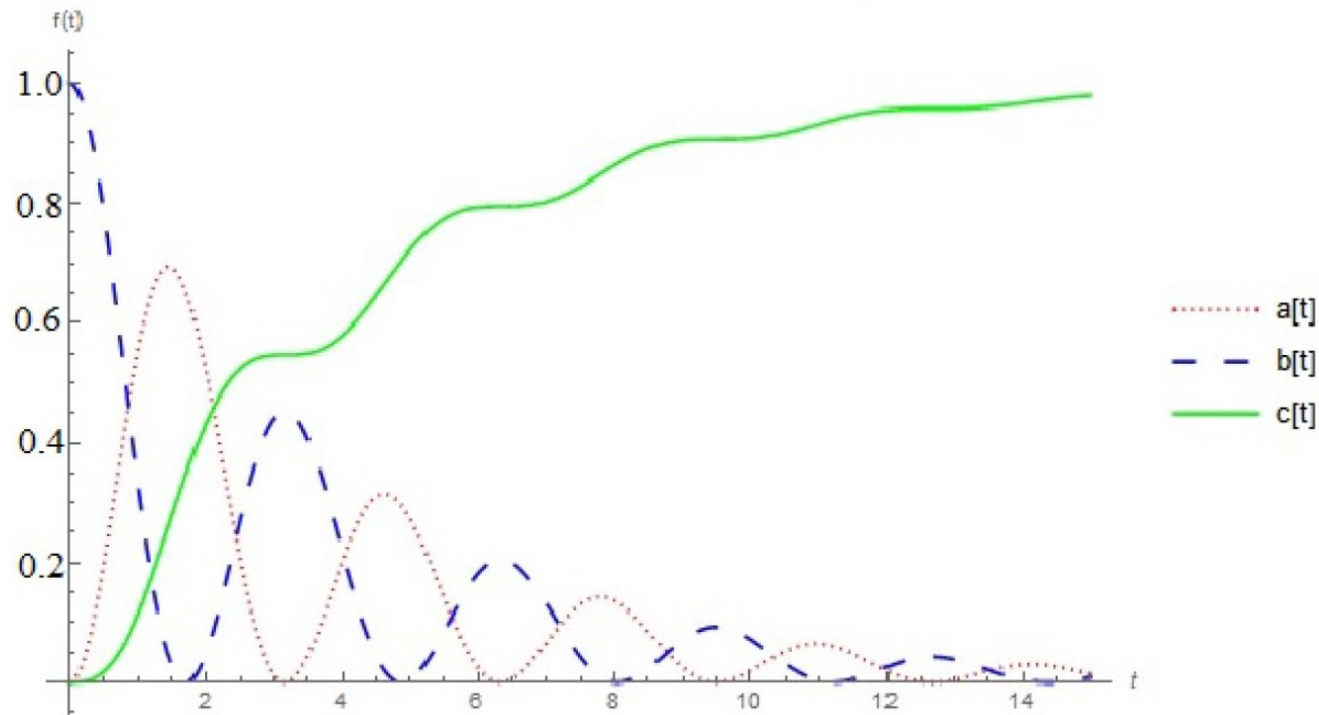
Liouville operator space \mathcal{L}_N of matrices $N \times N$ - Euclidean space with dot product $\langle A|B \rangle = \text{tr}(A^* B)$.

$I, A_1, A_2, \dots, A_{N^2-1}$ must form the orthonormal basis in \mathcal{L}_N , $g_i \geq 0$ are their intensities. Each A_i is the factor of decoherence.

Relaxation of one atom in cavity

$\gamma = 4g$ is the border of oscillations.

Figure: Density matrix dynamics for $\gamma = 0.5, g = 1$.



Transfer of atomic excitation along the chain of cavities

Hamiltonian of TCH model:

$$H_{TCH} = \sum_i \hbar \omega_c a_i^\dagger a_i + \sum_{i,j} \hbar \omega_a^{ij} \sigma_{ij}^+ \sigma_{ij}^- + k \sum_i (a_{i+1}^\dagger a_i + a_i^\dagger a_{i+1}) + \sum_{i,j} \mu_{ij} (a_i + a_i^\dagger) (\sigma_{ij}^+ + \sigma_{ij}^-) \quad (2)$$

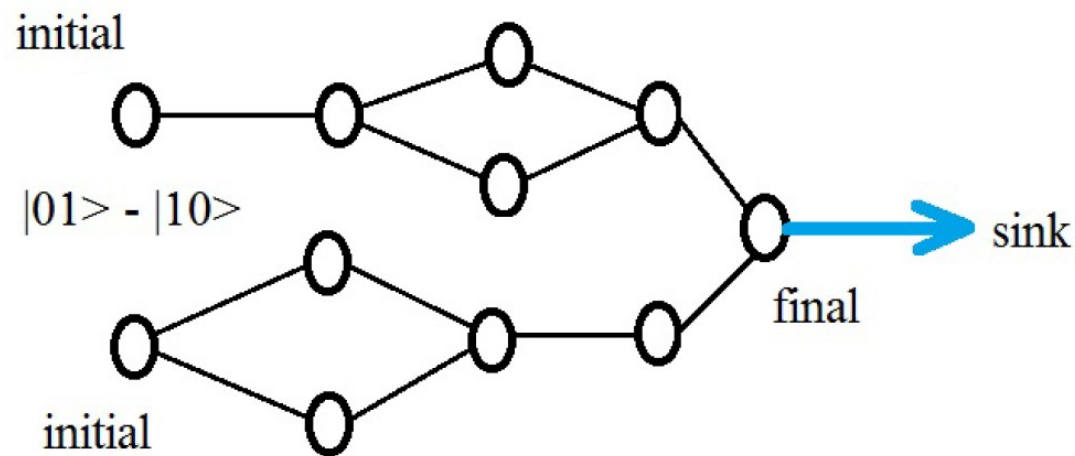
Effect of thermal phonons:

$$\begin{aligned} H &= H_{TCH} + H_B + H_I, \quad H_B = \sum_{m,k} E_{mk} b_{mk}^\dagger b_{mk}, \\ H_I &= \frac{1}{2} \sum_{i,k,j} \sqrt{S_{ikj}} \omega_k (b_{ik}^\dagger + b_{ik}) \sigma_{ij}^+ \sigma_{ij}^- + h.c. \end{aligned} \quad (3)$$

Dark photonic states

If two graphs G_1 and G_2 have the same optical conductivity, we can glue their final vertices and obtain the joint graph, which holds "dark photonic state" $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle)$ that gives zero conductivity $|\langle \Psi(t) | final \rangle|^2 = 0$. It involves the not complete drain to the sink for initial state $|01\rangle$.

Figure: Joint graph with dark photonic states



Dephasing-assisted transport, DAT

2 atoms

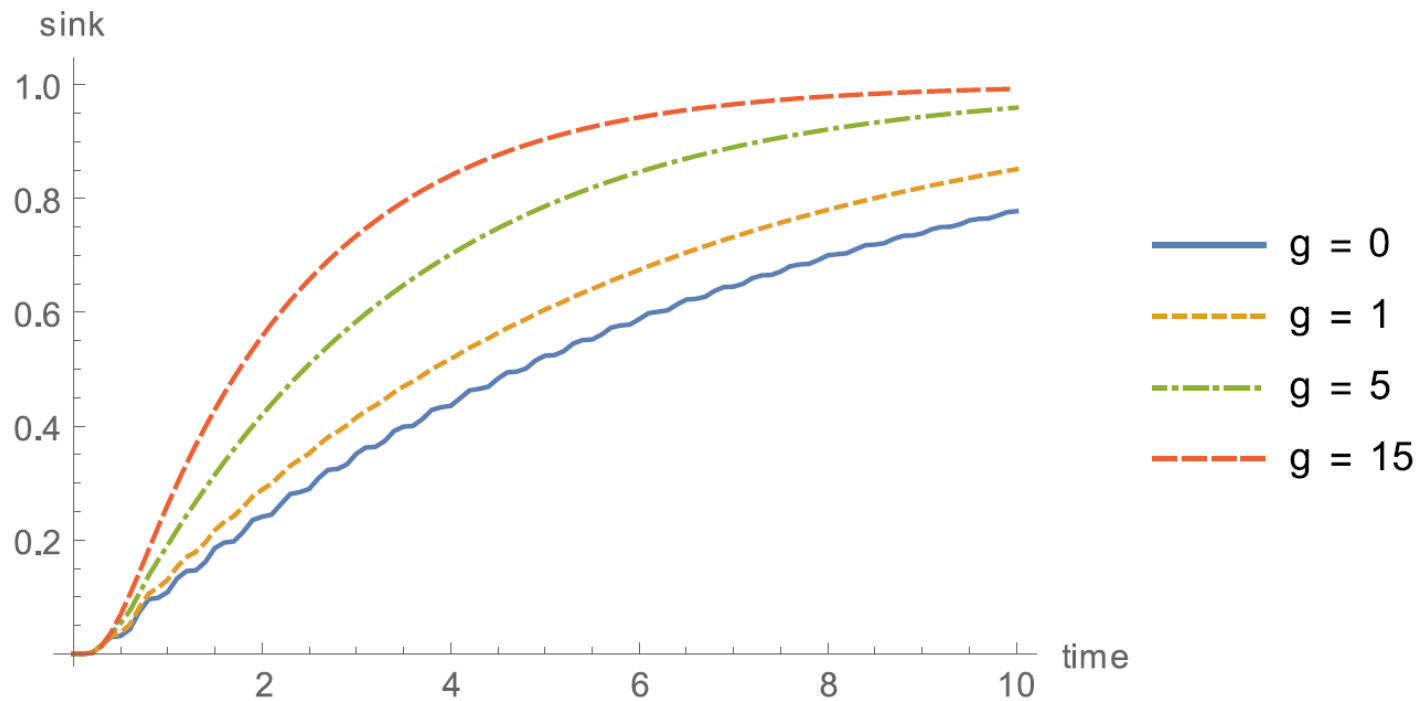


Figure: Evolution of states of the sink in time. $N_{atoms} = 2$, $k = 2$, $\mu = 8$, $out = 15$. No input.

Quantum bottleneck

Dependence of conductivity on the intensity of input and output

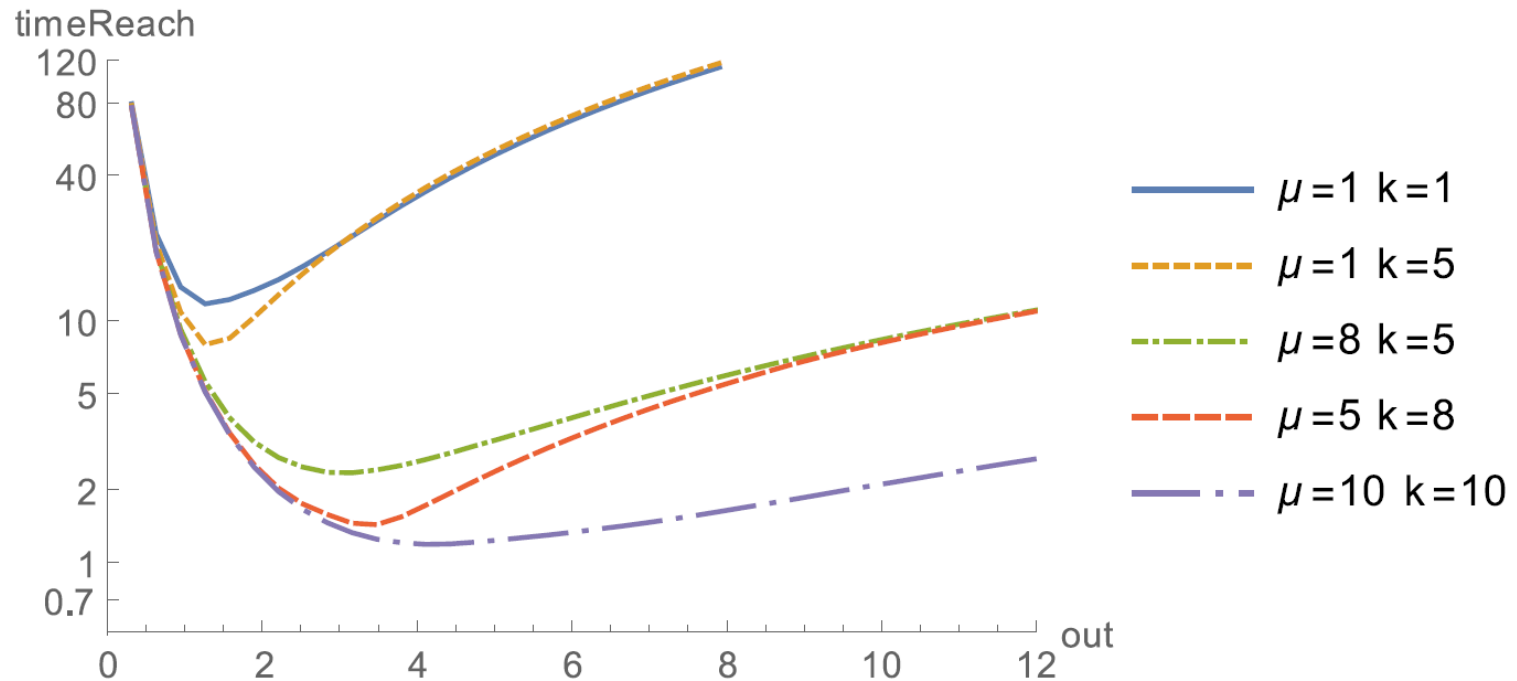
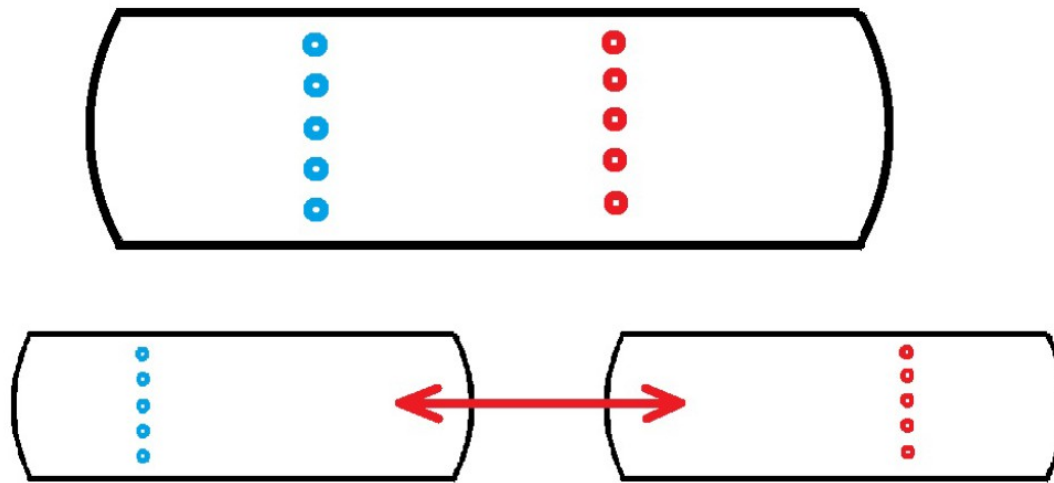


Figure: The time of sink filling to $s = 0.995$ for the chain of two atoms

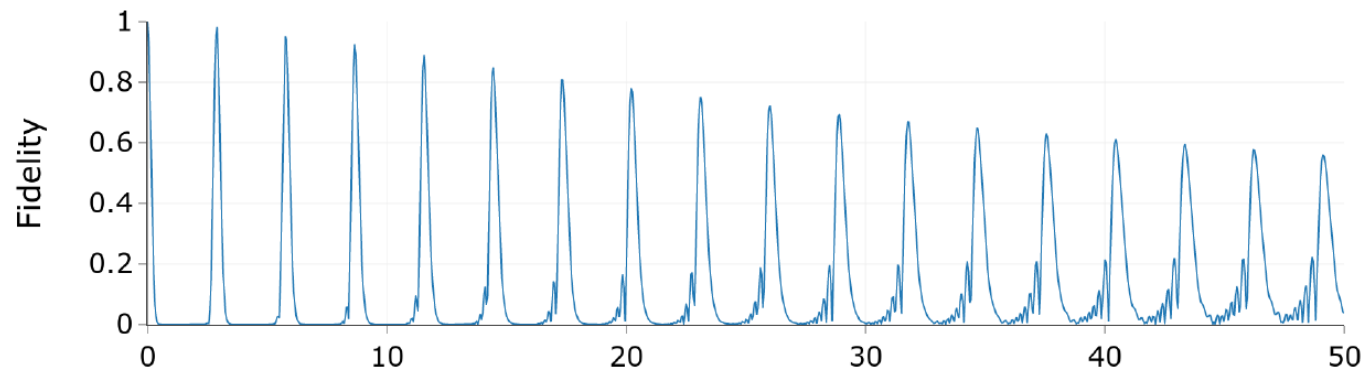
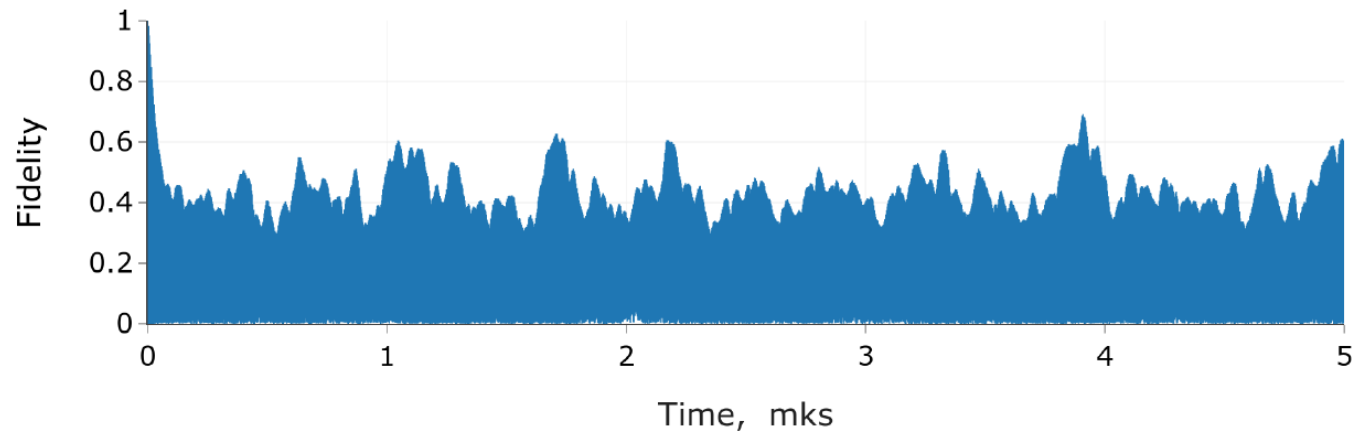
Ensemble Rabi oscillations in one cavity

$|L\rangle_{ph}|00\dots 0\rangle_1|11\dots 1\rangle_2 \leftrightarrow |L\rangle_{ph}|11\dots 1\rangle_1|00\dots 0\rangle_2$ - ensemble oscillations.

Figure: Oscillation of ensemble type in one and two cavities



Ensemble Rabi oscillations in one cavity



Ensemble Rabi oscillations in one and two cavities 3D picture

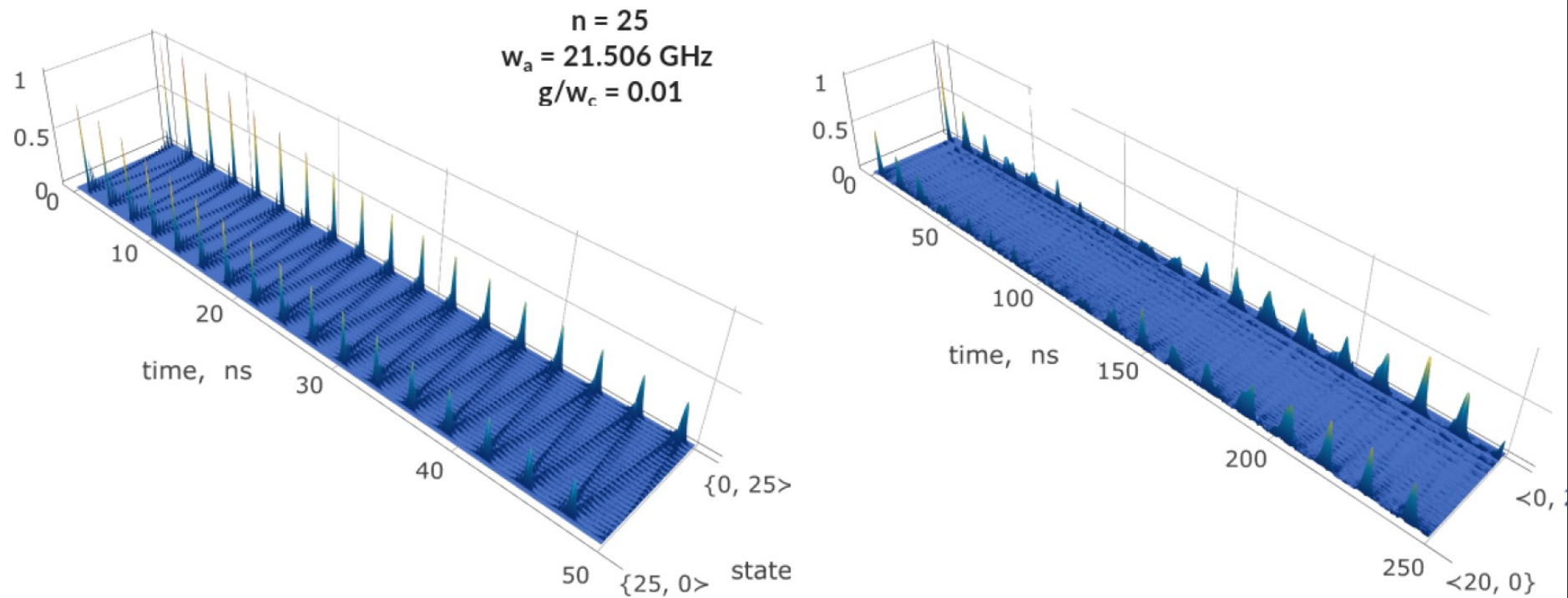


Figure: 3D picture of oscillations in one cavity and in two cavities

Relaxation of ensemble oscillations

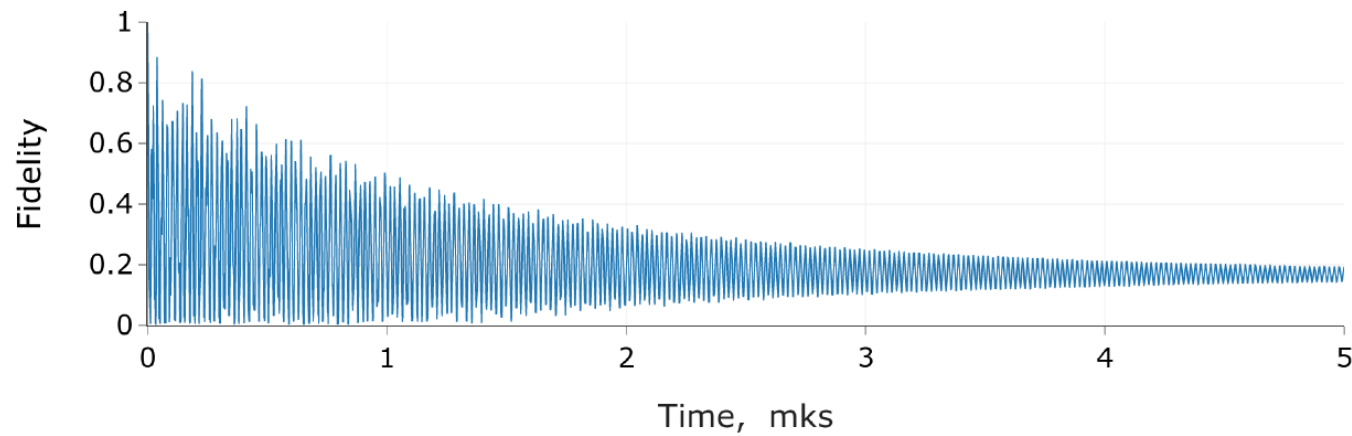
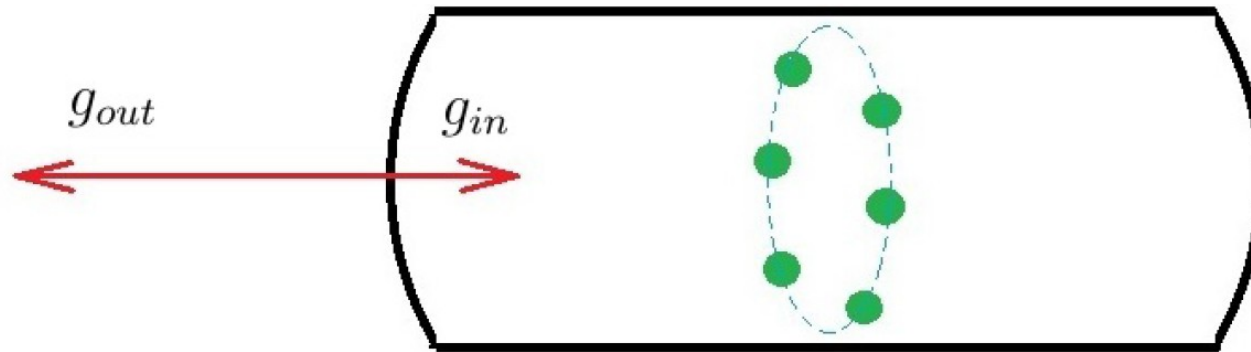


Figure: Error rates over detuning and photon leakage for the optimal cases with desired detuning.

Photon environment as thermal bath



$$H_{TC}^{RWA} = \hbar\omega a^\dagger a + \sum_{j=1}^n \hbar\omega \sigma_j^+ \sigma_j + \sum_{j=1}^n g_j (\sigma_j^+ a + \sigma_j a^\dagger)$$

$$i\hbar\dot{\rho} = [H, \rho] + iL(\rho), \quad L = L_{in} + L_{out},$$

$$L_{in} = g_{in}(a^\dagger \rho a - \tfrac{1}{2}\{\rho, aa^\dagger\}), \quad L_{out} = g_{out}(a \rho a^\dagger - \tfrac{1}{2}\{\rho, a^\dagger a\})$$

Figure: Cavity in photon bath: Hamiltonian and quantum master equation

Полость, находящаяся в состоянии термического равновесия с окружением постоянной температуры

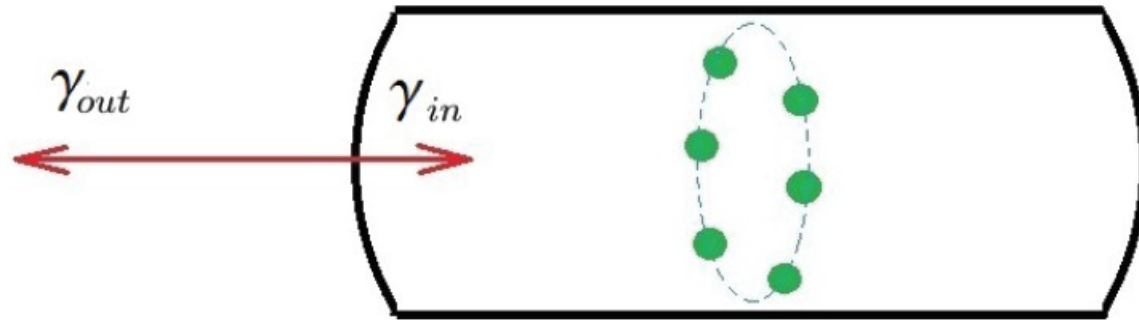


Рис. 2.5: Полость в фотонной "ванне"

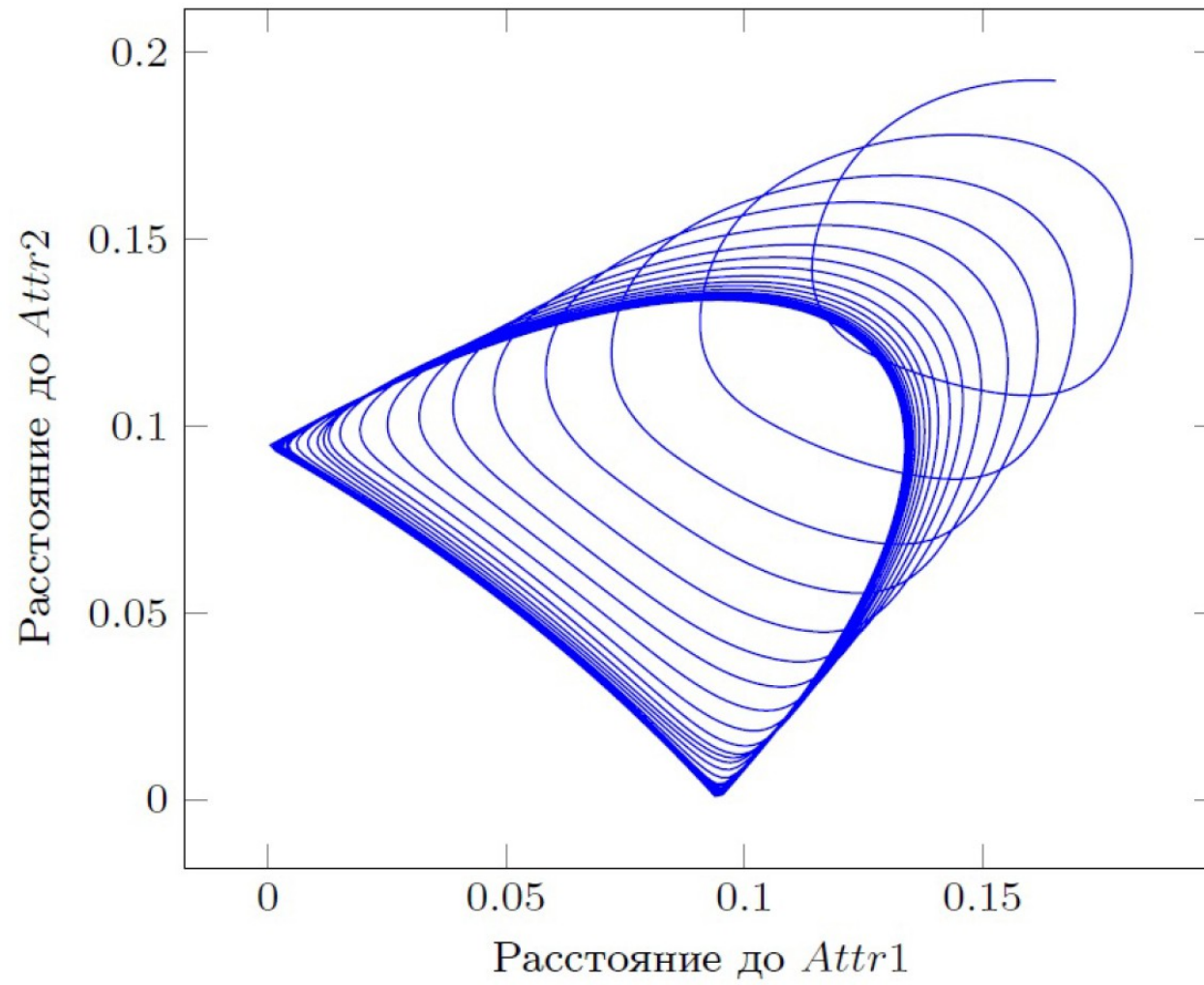
Определим стационарное состояние поля с температурой T как смешанное состояние с гиббсовским распределением компонент Фока:

$$\mathcal{G}(T)_f = c \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{\hbar\omega n}{KT}} |n\rangle\langle n|, \quad (2.13)$$

где K - константа Больцмана, c - нормировочный множитель. Введем обозначение $\gamma_{in}/\gamma_{out} = \mu$. Состояние $\mathcal{G}(T)_f$ будет тогда существовать только при $\mu < 1$, поскольку в противном случае температура будет бесконечно большой и состояние $\mathcal{G}(T)_f$ будет ненормируемым.

Населенность фотонного фоковского состояния $|n\rangle$ при температуре T пропорциональна $\exp(-\frac{\hbar\omega n}{KT})$. В нашей модели мы полагаем $\frac{\gamma_{in}}{\gamma_{out}} = \exp(-\frac{\hbar\omega}{KT})$, откуда $T = \frac{\hbar\omega}{K \ln(\gamma_{out}/\gamma_{in})}$.

Attractor for two atoms



Темные состояния ансамблей двух-уровневых атомов

- Темное состояние атомов — находящийся в нем ансамбль не может испустить свет
- Пример темного состояния: синглет

$$|s\rangle = |01\rangle - |10\rangle$$

- Любое темное состояние есть суперпозиция состояний вида $|s_{ij}\rangle, |s_{ij'}\rangle, |s_{i''j''}\rangle, \dots$
- Размерность темного подпространства ансамбля $2n$ атомов равна

$$C_{2n}^n - C_{2n}^{n-1}$$

- Темное подпространство свободно от декогерентности.

The diagram illustrates the experimental setup for measuring the Hall effect of spin Hall of light. A green rectangular chamber contains two optical tweezers (orange trapezoids) and two red circular particles. A horizontal dashed line represents the optical path. Light enters from the left, passes through a mirror M1, a polarizing beam splitter PC1, and a lens L2. The light is then focused by a lens L1 onto a mirror M2, which reflects it back through PC1 and L2. The light is then focused by a lens L1 onto a detector D. The distance between the optical tweezers is labeled 'Voltage', and the total length of the chamber is labeled 'L'.

PC1 switches on, and photon comes to detector; PC2 is not needed. Figure is taken from the paper.¹²

Оптический отбор темных состояний

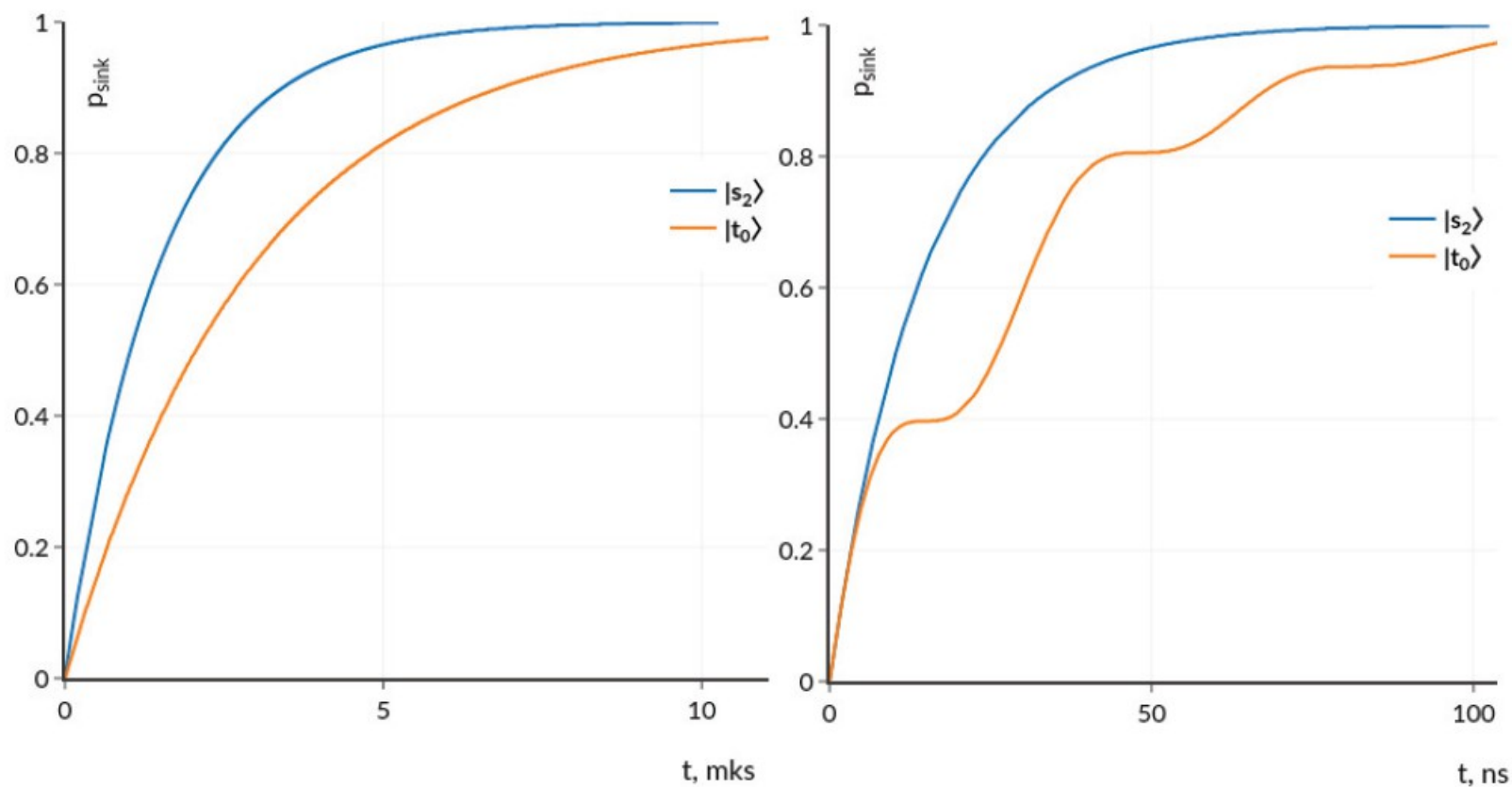


Рис. 2.14: Наполнение стока при одном испытании: слева при $\gamma = 0.01g$, справа при $\gamma = g$.

Оптический отбор темных состояний

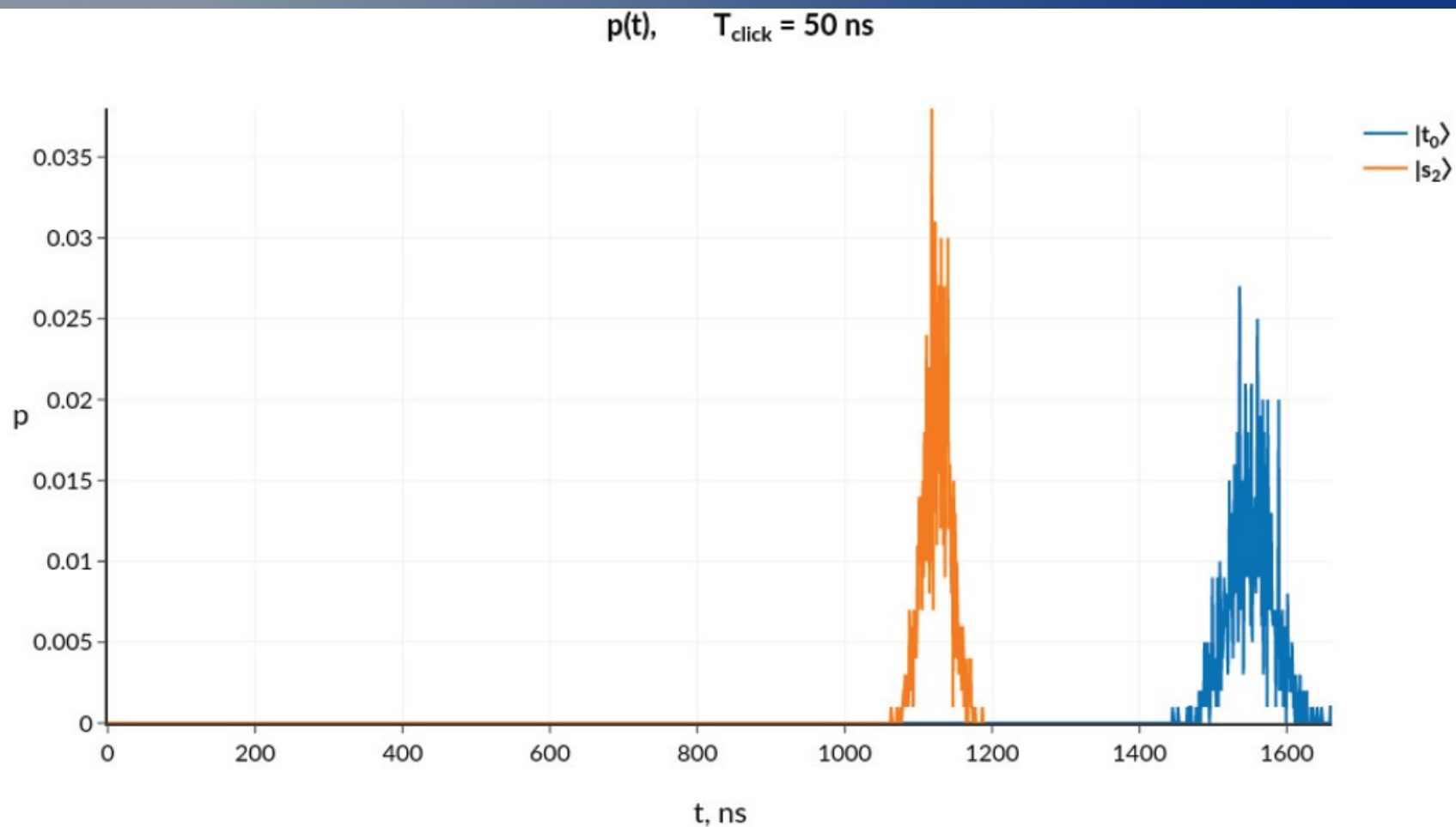


Рис. 2.16: Плотность распределения среднего времени вылета фотона за 1000 испытаний, точность моделирования $dt = 1 \text{ ns}$

Темные состояния многоуровневых атомов

Мультисинглеты

$$|D_{G,A}\rangle = \sum_{\pi \in S_d} (-1)^{\sigma(\pi)} w(1, \pi(1)) w(2, \pi(2)) \dots w(d, \pi(d)) |\pi(1), \pi(2), \dots, \pi(d)\rangle,$$

Оптический отбор темных состояний многоуровневых атомов

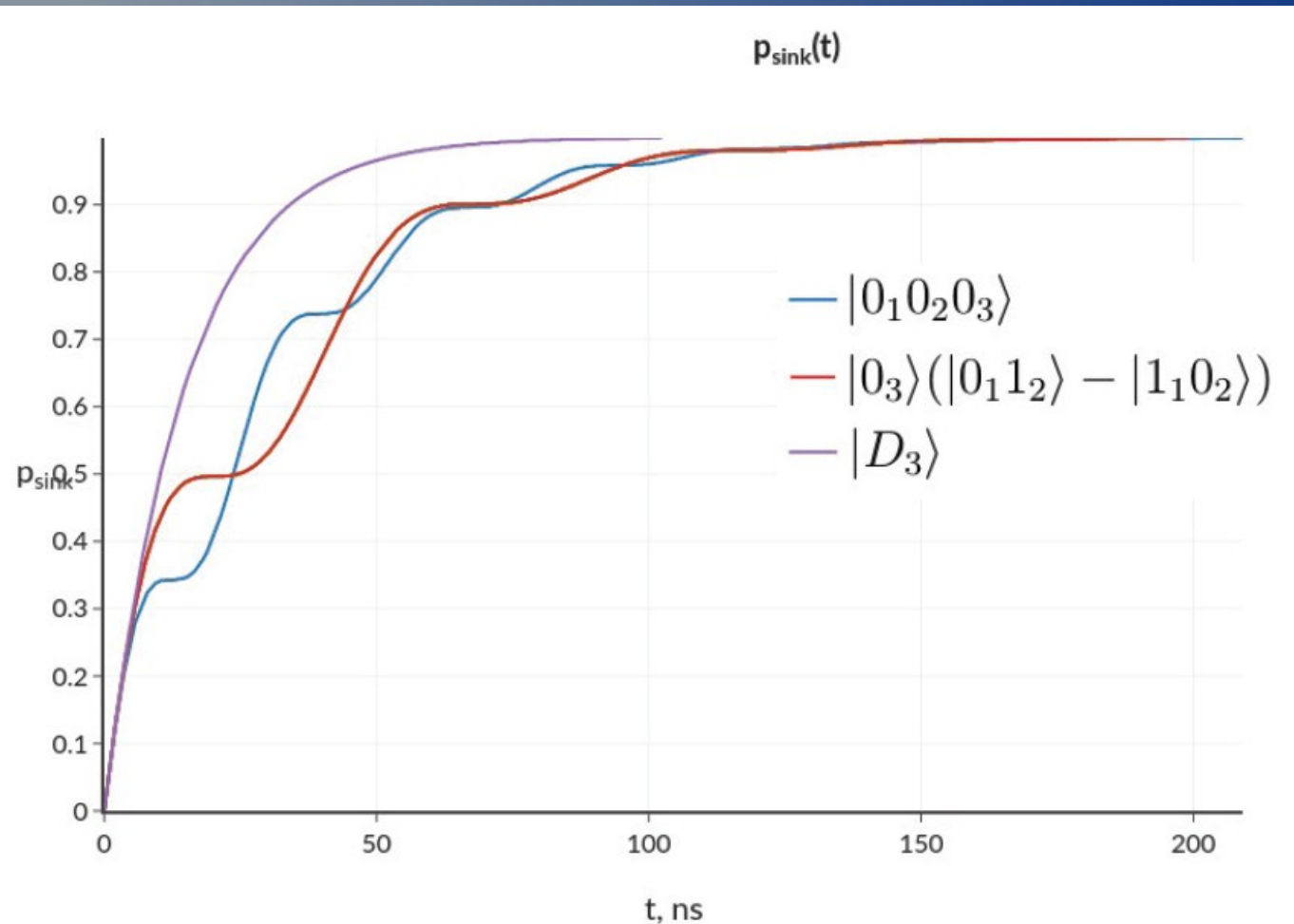


Рис. 2.17: Наполнение стока в зависимости от времени, $\gamma = g$.

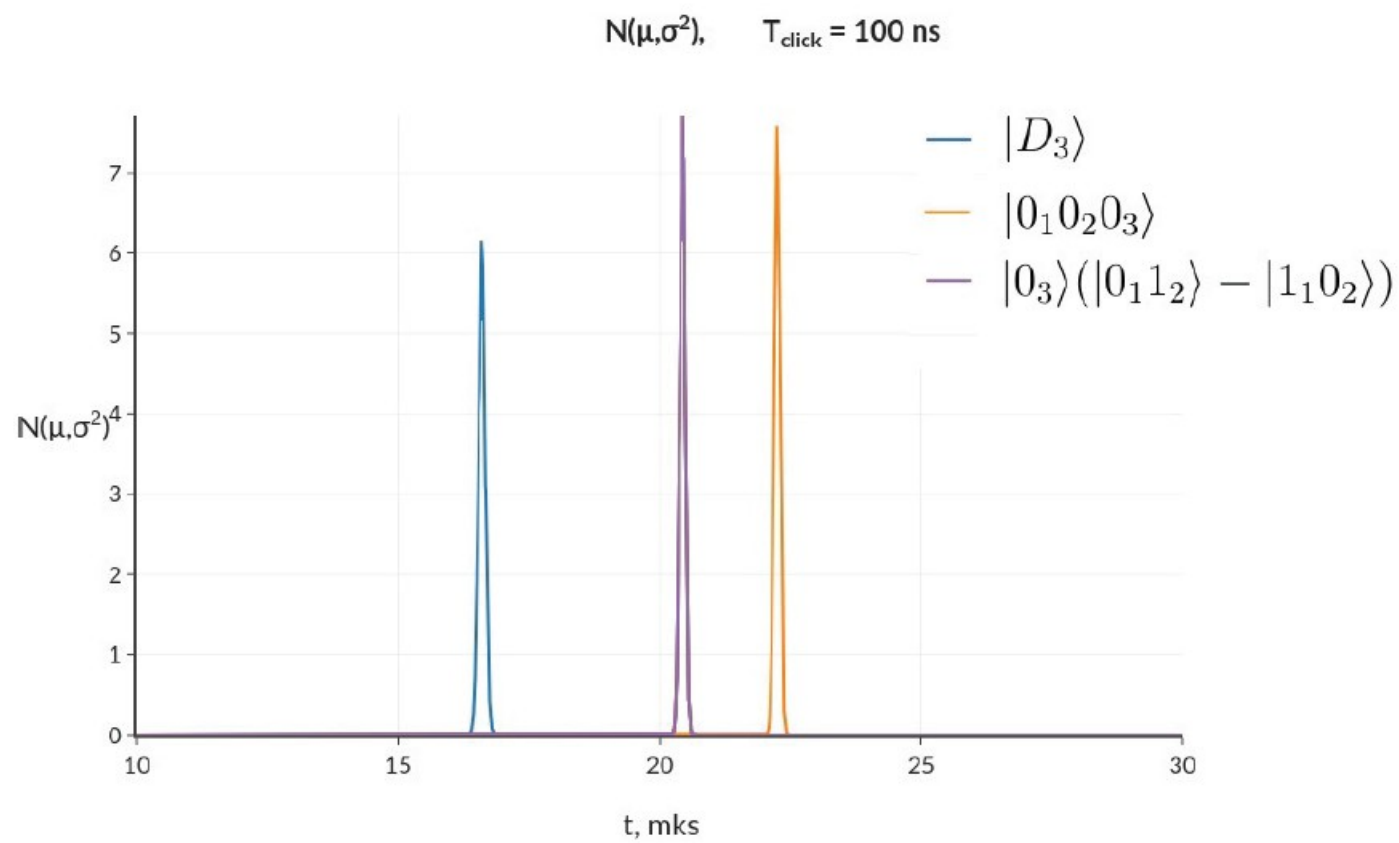


Рис. 2.18: Плотность распределения среднего времени вылета фотона за 1000 испытаний, $dt_{\text{click}} = 100 \text{ ns}$, $\gamma = g$.

Безопасный доступ на темных состояниях

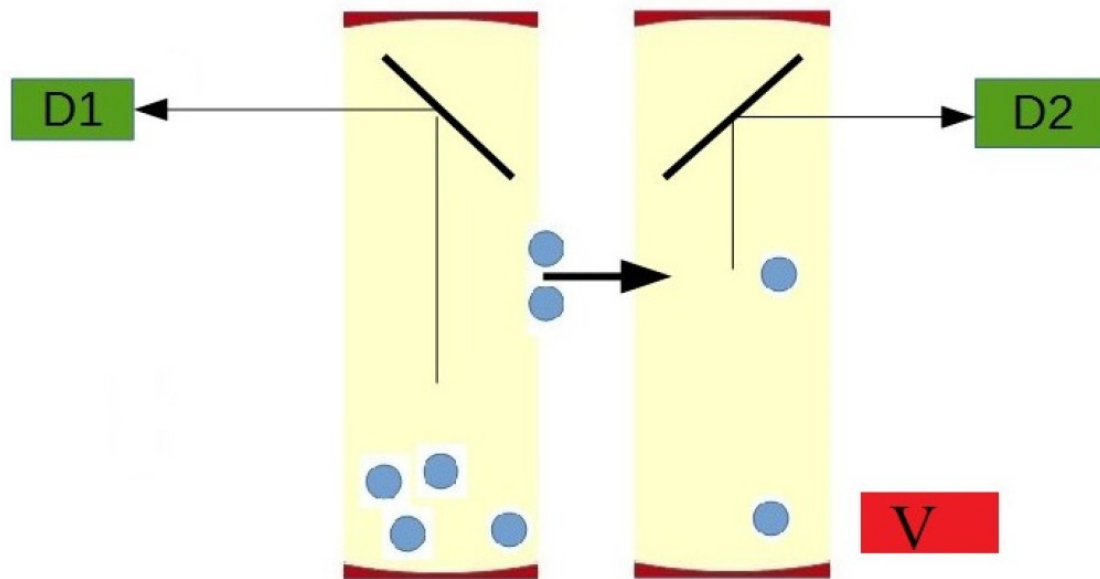


Figure 2. Verification of the password for the quantum lock. The sequential pair is moving to the controlling cavity. One from the detectors must click if this pair does not match to the password.

In the case when the pair a_i, b_i is wrong, the probability of the photon emission by atoms a_i (or b_i) is $1/2$. If they emit a photon in the time when they are between cavities, this photon will not be detected; but if the emission takes place inside the controlling cavity, it hits detector $D2$. In all cases when the pair a_i, b_i is wrong a photon appears; it passes by detectors only if it was emitted between cavities. In the last case the fact of emission can be checked subjecting the pair trapped in the controlling cavity by the action of non uniform potential causing Stark shift of atomic frequency that shows the excitation of one of atoms a_i, b_i ; if these atoms are in the groundstate the current pair is considered as wrong.